

## **LA RESISTENCIA DE MATERIALES DEL FUTURO: ¿EJERCICIOS DIDÁCTICOS?**

### **INTRODUCCIÓN**

Se me ha invitado a hablar de la resistencia de materiales desde el punto de vista de un ingeniero geotécnico, dentro del seminario impulsado por el Prof. Luis Lima en el Departamento de Construcciones de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Plata.

En realidad, no soy un experto en ninguna rama de la resistencia de materiales puesto que mi campo de actividad específica son los métodos numéricos en la ingeniería geotécnica. Elegí esta rama de la profesión impulsado por mi maestro, el profesor Eduardo Núñez. Él opina que el futuro de la geotecnia pasa por la aplicación de los métodos numéricos a los suelos y rocas, e influyó decisivamente en la orientación de mi vida profesional. Pero, hombre experimentado, sabe que un ingeniero geotécnico debe conocer íntimamente los métodos que podrían englobarse en una “resistencia de materiales para suelos”. Y me los enseñó, o me obligó a aprenderlos.

La resistencia de materiales fue definida en la exposición del Prof. Lima. Yo la entiendo como un conjunto de fórmulas que permiten resolver problemas prácticos de ingeniería. Si tenemos dificultades en reconocer esas fórmulas, podemos hojear los “manuales para el ingeniero”. Hay miles de ellas. Escribo una que conocemos todos:

$$\sigma = \frac{N}{F} + \frac{M}{W}$$

A lo largo de este trabajo buscaré, en las aguas más profundas de la mecánica del continuo, los conceptos unificadores de las diferentes “resistencias de materiales especiales”. Mostraré mi opinión acerca del futuro probable de esta rama de la ciencia y de su enseñanza en las escuelas de ingeniería, y me permitiré sugerir algunos cambios en lo que enseñamos y cómo lo hacemos.

Demoré en decidir el tono de la exposición. Finalmente elegí hacer una presentación informal, una mezcla de ideas y opiniones casi sin referencias bibliográficas. Prácticamente no consulté bibliografía para escribir este trabajo, porque creo que ustedes no necesitan que yo traduzca ideas que otros han expresado muy bien en sus libros. Sólo puedo comunicarles mis opiniones y experiencias en la forzada conciliación que tengo que hacer a diario entre los métodos numéricos y la resistencia de materiales.

## **BREVES CONSIDERACIONES FILOSÓFICAS SOBRE NUESTRAS CONTRADICCIONES DOCENTES**

Reunidos a mediados del 2002, un grupo de docentes<sup>1</sup> de la Universidad de La Plata nos hacemos algunas preguntas acerca de la resistencia de materiales, impulsados por la curiosidad científica y filosófica del Prof. Luis Lima y del Dr. Claudio Rocco, impulsores de este seminario.

¿Qué tenemos en común? Muchas cosas, probablemente. Tres de ellas son evidentes: i) todos somos ingenieros; ii) todos somos docentes; y iii) a todos nos gusta ser una cosa y la otra. Por lo tanto, me permito orientar el contenido de mi presentación al doble ámbito de la técnica y la docencia de la ingeniería. Hago esto porque creo que aunque no tengamos éxito en definir nuevos caminos para la resistencia de materiales, sí podremos debatir nuevos caminos para su enseñanza en nuestra casa.

### **Nosotros y la resistencia de materiales.**

Reconozcamos que *somos contradictorios*. Declaramos que queremos impulsar el avance de la ciencia, pero enseñamos casi lo mismo que hemos aprendido, con las mismas técnicas y bibliografía que hemos utilizado para estudiar.

Ejemplo de mi propia granja: enseñamos mecánica de suelos con el libro de Terzaghi-Peck (1948, 1967, 1996). En el prólogo de la primera edición de su libro, devenido biblia pagana para nosotros, Terzaghi escribió:

“Desafortunadamente las actividades de investigación en mecánica de suelos... distrajeron la atención de muchos investigadores y docentes de las múltiples limitaciones impuestas por la naturaleza a la aplicación de la matemática a los problemas de ingeniería de tierras... En la inmensa mayoría de los casos no se necesita más que una predicción grosera, y si dicha predicción no puede ser realizada con medios simples, no puede ser realizada en absoluto”.

Este párrafo es la mismísima “resistencia de materiales” que está en el Génesis de la geotecnia. Como en toda disciplina científica, su texto sagrado evoluciona con el tiempo<sup>2</sup>. En su tercera edición<sup>3</sup>, Peck incluyó el párrafo de Terzaghi, y comentó:

“En el medio siglo que transcurrió desde que se escribieron estas palabras, la investigación sobre muestreo y ensayo (de suelos) ha permanecido inalterada, y se ha acumulado una vasta literatura referida a las propiedades de los suelos... Durante ese tiempo, avances considerables en los procedimientos electrónicos de cálculo han posibilitado predicciones teóricas para problemas complejos... Por lo tanto, hoy puede no ser cierto que si una predicción no puede ser realizada con medios simples, no puede ser realizada en absoluto. Como contrapartida de este progreso, es cada vez más importante que la elección de las propiedades de los suelos usadas

---

<sup>1</sup> “Docentes” es la unión de profesores y docentes auxiliares. En estos simposios, todos son profesores excepto yo, que soy el “docente auxiliar”.

<sup>2</sup> Algo parecido pasa con los demás textos sagrados...

<sup>3</sup> Terzaghi había muerto antes de la segunda edición. En la tercera se agregó un coautor, alumno de Peck y actual profesor en Illinois, Gholamreza Mesri.

en el análisis esté basada en un conocimiento fundamentalmente correcto del comportamiento de los suelos”.

Peck reconoce así que *el campo de investigación más fértil se trasladó desde los procedimientos de cálculo hacia las propiedades de los materiales*. Precisamente, “un conocimiento fundamentalmente correcto del comportamiento de los materiales” es lo que, a mi juicio, nos permitirá mejorar nuestras predicciones ingenieriles. Por lo tanto, creo que nosotros debemos usar la resistencia de los materiales que actualmente existe, y debemos investigar en el campo de las propiedades de los materiales.

### **Mohr y Monge, ¿usarían AutoCad?**

Imaginemos a Mohr con su bendito compás. La mina se gasta, el papel sufre los embates de la púa. La vela, vacilante, proyecta sombras cambiantes sobre sus escritos. Imaginemos ahora a Monge, en la cubierta de un barco de madera, haciendo dibujos del palo mayor. Las olas, los vaivenes de la nave, las dificultades de la pluma de ganso y de la tinta china...

Ciertas herramientas existen porque fueron, alguna vez, prácticas y eficaces para resolver problemas. Algunas fueron tan exitosas que perduraron por años, es cierto. Pero, ¿alguien quiere seriamente enseñar momentos de inercia con el círculo de Mohr? ¿Y geometría proyectiva con el método de Monge? ¿Sí? ¿Por qué?

Porque está en el programa, dirán ustedes, y dijeron los profesores que me enseñaron esas cosas. Bien, esa es una buena razón... para cambiar el programa. *Si alguien cree que no hay que cambiar con los tiempos, imagine lo que haría el bueno de Mohr con su compás, y el paciente de Monge con sus escuadras, si alguien viajara en el tiempo y les regalara una modesta notebook.*

## **EL LENGUAJE DE LA INGENIERÍA**

La ingeniería se comunica con palabras, dibujos y matemática, en ese orden. No creo que sea posible prescindir de ninguno de los tres lenguajes, por lo que debemos precisar el alcance y las limitaciones de cada uno de ellos.

### **La filosofía: matemática por nacer.**

Tiempos hubo en los que cualquier matemático era también filósofo. ¿Por qué? Supongo que porque un filósofo domina bien el lenguaje de las palabras. Como *la capacidad de pensar cosas abstractas está directamente relacionada con la riqueza del lenguaje que se domina*, es natural que aquellos que dominan mejor el lenguaje escrito tengan más capacidad de abstracción, inducción y deducción lógica, ingredientes básicos para un razonamiento “matematizable”.

Pensemos en el teorema del Pitágoras: “La suma de los cuadrados de la longitud de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa”. Pitágoras era un genio, que entendió esto con sólo escribirlo. Nosotros también lo entendemos. Pero no somos genios. Sólo disponemos de otros lenguajes.

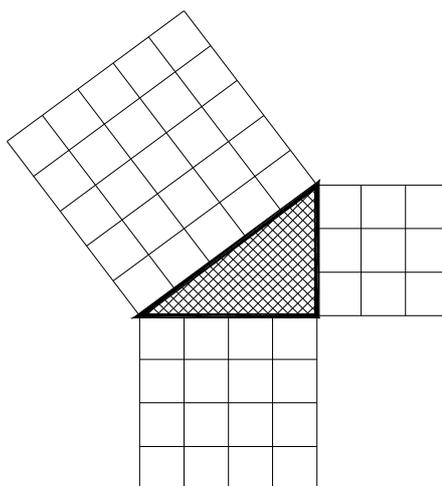
### **La geometría: matemática balbuceante.**

Otro genio<sup>4</sup> fue el que identificó la magnitud de una fuerza con la longitud de un segmento, y su dirección con la punta de una flecha.

“... identificar la magnitud de una fuerza con la longitud de un segmento, y su dirección con la punta de una flecha...” es un trabalenguas. En cambio, entendemos en un golpe de vista el siguiente jeroglífico:



¡y deseamos estar a la izquierda de la página!. Aquí va otro ejemplo de la geometría como lenguaje. Cuente cuadraditos el que no entendió el galimatías de Pitágoras.



---

<sup>4</sup> Dice Núñez que fue Galileo.

## El álgebra y el análisis matemático: lenguaje de los humanos<sup>5</sup>.

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

## Matrices, álgebra y análisis tensorial: lenguaje de las computadoras.

La segunda ley de Newton o el teorema de Pitágoras se expresan con fórmulas analíticas simples aptas para cálculos manuales. Una ley de Kepler dice (creo, cito de memoria):

“La fuerza que atrae a dos puntos materiales entre sí es proporcional a la masa de los dos puntos e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa”.

La expresión matemática

$$F = K \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

no dice lo mismo. Sólo se refiere a la magnitud de la fuerza  $F$ , y no a su dirección. Mejor es

$$\vec{F} = K m_1 m_2 \frac{\vec{X}_1 - \vec{X}_2}{\|\vec{X}_1 - \vec{X}_2\|^3}$$

donde las “equis” muestran las coordenadas de los dos puntos materiales, referidas a un centro cualquiera<sup>6</sup>. Ahora bien, ¿cómo predecimos el movimiento de todos los cuerpos celestes del sistema solar? Aunque conceptualmente simple, la aplicación sistemática de la fórmula de Kepler a todos los pares de cuerpos parece tarea algo engorrosa para hacer “a mano”. E igualmente engorrosa es la entrada de datos correspondiente en un sistema computacional de cálculo. Mejor es, parece, entrar de una vez y para siempre las coordenadas de cada punto en una tabla, las masas en otra, y que la computadora haga todo lo demás. La tabla es una matriz<sup>7</sup>, nuevo elemento de un lenguaje que no usamos para comunicarnos entre humanos, pero sí para comunicarnos con la computadora. La cosa queda horrible, admitámoslo.

$$\underline{X} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \end{Bmatrix} \quad \underline{M} = \{m_1 \quad m_2 \quad \dots \quad m_n\}$$

$$\vec{F}_{ij} = K M_i M_j \frac{\{X_{1,j} - X_{1,i}, X_{2,j} - X_{2,i}\}}{\|\{X_{1,j} - X_{1,i}, X_{2,j} - X_{2,i}\}\|^3}$$

<sup>5</sup> Solas en su belleza y simplicidad, estas fórmulas me exigieron que removiera los torpes balbuceos que, al intentar explicarlas, las complicaban y afeaban.

<sup>6</sup> Es una fórmula bien escrita. Notemos que podemos cambiar el “centro cualquiera” al que referimos las “equis” sin tener que cambiar la expresión matemática.

<sup>7</sup> Mucha atención con esto. Las palabras “tabla” y “matriz” tienen significados muy distintos. Notemos que aunque  $\underline{M}$  parece un vector, no obedece a “leyes de transformación de coordenadas”.

Las matrices tienen vida propia. Son tan potentes (como lenguaje) que han merecido que los matemáticos desarrollen un álgebra completa para ellas. Permiten una síntesis y un nivel de abstracción tales que nuestra mente se abre a nuevas ideas, a nuevos caminos. Algo parecido ocurre con el álgebra y el análisis vectorial y tensorial.

### **¿Por qué necesitamos más matemática?**

De la misma manera que los filósofos pudieron imaginar la matemática porque tuvieron la capacidad de abstracción que les dio el lenguaje de las palabras, nuestros alumnos podrán mejorar nuestra ciencia porque les daremos las mejores herramientas que hoy existen: la palabra, para la comunicación mundana; el álgebra y el análisis matemático, para la comunicación técnica entre humanos; y el álgebra y análisis matricial, vectorial y tensorial, para la comunicación con las computadoras<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> Aunque no sé cuál será la primera promoción de alumnos que disfrutará de este conjunto de conocimientos, sé que esa promoción existirá, y que existirá en menos de veinte años.

## **RAZONAMIENTO Y OBSERVACIÓN**

### **Sustancia y accidente.**

¿Qué tienen en común una cadena de acero y una barra de acero?. Dos barras tienen la misma forma, tamaño y color. ¿Por qué tienen distinta resistencia mecánica?

A través de estos ejemplos definimos *un material*: lo que tienen en común la cadena de acero y la barra de acero, y lo que cambia entre las dos barras de acero que parecen hermanas. Un material es algo que tiene un peso específico, una conductividad eléctrica, un módulo de elasticidad, una resistencia a la tracción, una elongación en ruptura y muchas cosas más. Aunque interesantísima, la discusión filosófica última acerca de lo que es un material escapa a mi comprensión y curiosidad<sup>9</sup>. Además, creo que, aunque ninguno de nosotros sepa decirlo, todos sabemos bien qué es un material. También sabemos bien lo que es un cuerpo.

Dice Núñez<sup>10</sup> que dijo Aristóteles que la cantidad es un accidente que siempre acompaña a una sustancia. Y, sí. Hace falta un poco de sustancia para poder hablar de ella, de la misma manera que hace falta un poco de material para hacer un cuerpo y poder medir las propiedades del... material.

### **Los ojos ven, la mente mira.**

Supongamos que estamos reunidos alrededor de una máquina de ensayo de barras de acero. Tomamos una barra recta y cilíndrica, con los extremos algo más anchos que el centro. Medimos cuidadosamente su longitud y diámetro, y la sometemos a una carga monótonamente creciente, que medimos con gran precisión. Concientes de la importancia que tiene, hemos sido muy cuidadosos durante la fabricación de la barra y durante el armado de la máquina de ensayo, porque queremos garantizar que la carga está estrictamente alineada con el eje de la barra.

¿Por qué medimos la carga y el cambio de longitud? Porque *antes de empezar el ensayo* hemos establecido las bases de la mecánica del continuo para pequeñas deformaciones, y hemos establecido que nos interesa calcular la deformación de la barra, que *definimos previamente* como

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Claramente, no estamos interesados en la deformación de la barra en un punto, sino en la deformación promedio de la barra. Podemos hacer esto porque hemos aplicado conceptos ingenieriles intuitivos que nos dicen que la deformación será uniforme en todos los puntos de la barra. Necesitamos también la carga, porque *previamente hemos definido el concepto de tensión normal*, como “carga por unidad de área”<sup>11</sup>.

$$\sigma_a = \frac{P}{A_0}$$

---

<sup>9</sup> En realidad, temo que si intento una definición, fracasaré de manera ignominiosa.

<sup>10</sup> Núñez, E. y A. Sfriso. Conversaciones y otros ritos iniciáticos. 1989-2002.

<sup>11</sup> El área que va en el denominador “no cambia” durante el ensayo, para ser consistente en la linealidad del modelo.

¿Medimos la temperatura, el peso de la barra, su calor específico, sus constantes eléctricas? No. Sólo anotamos que el ensayo se hizo “a temperatura ambiente”. ¿Por qué no medimos esas cosas? Porque tenemos una teoría previa que nos sugiere que *esas variables no participan en los fenómenos que queremos ver*. Miramos lo que queremos ver. Los ojos ven lo que la mente mira.



### Las propiedades de los materiales: parámetros de modelos muy viejos.

Hemos roto la barra a tracción. Medimos

$$E = \frac{\Delta\sigma_a}{\Delta\varepsilon_a} \quad y \quad \beta_s = \frac{P_{\max}}{A_0}$$

¿Hemos medido las propiedades de la barra de acero? De ninguna manera. *Hemos medido aquellas propiedades del material “acero” que podemos medir con nuestra mente miope*<sup>12</sup>. Ocurre que al momento de hacer el ensayo sólo conocíamos la mecánica del sólido para deformaciones infinitesimales, rudimentos de la teoría de la elasticidad y un simplísimo esbozo de plasticidad, expresado como “la carga de rotura”. Seguimos una norma que especifica el tamaño y forma de la barra, la velocidad y la temperatura de ensayo. Sabemos que si no seguimos esa norma nuestros resultados no serán reproducibles.

Si hubiéramos *mirado* de otra manera, podríamos haber medido la longitud y diámetro de la zona que sufrió estricción, la cantidad de energía acústica emitida en la ruptura, la temperatura en la zona de la ruptura, antes y después del ensayo y muchas otras cosas que mi mente hoy no ve.

Por eso, el módulo de Young y la tensión nominal de ruptura por tracción sólo son parámetros de modelos matemáticos muy viejos. No son propiedades intrínsecas del acero sino de la teoría con la que miramos el acero. Son los números que hay que poner en una teoría muy vieja para obtener predicciones razonables.

Si la teoría es buena para el material que estamos estudiando, podremos usar los mismos parámetros para problemas muy distintos: barras a flexión, diseño de cadenas y engranajes,

<sup>12</sup> El módulo de Young no existía, literalmente, antes de Young.

etcétera. Si la teoría es mala para ese material, deberemos cambiar los parámetros para cada problema que querramos resolver.

Un ejemplo paradigmático es la resistencia a la tracción del hormigón. *Tal cosa no existe.* Reconozcamos que es un parámetro que depende del tamaño de la probeta; que da valores distintos si el ensayo es de tracción pura, tracción por compresión diametral, tracción por centrifugado, tracción por flexión, etcétera; que cambia con la velocidad de ensayo. Simplemente, no existe la resistencia a la tracción del hormigón. ¿Significa que el hormigón no resiste tensiones de tracción? Por supuesto que no. Sólo significa que para calcular la “resistencia a la tracción de un cuerpo material de hormigón” no se puede utilizar la “resistencia a la tracción del material hormigón ” sino, quizás, su energía de fractura<sup>13</sup>.

### **Más de un millón de ensayos triaxiales: ¿conocemos a las arenas?**

Durante 1994 y 1995, la *Federal Highway Association* realizó un certamen entre consultores y académicos. Algunas bases cuadradas, cimentadas sobre arenas uniformes, fueron cargadas verticalmente mientras se medían los asentamientos resultantes. Treinta y un participantes entregaron una estimación previa de la carga que sería necesario colocar sobre cada una de las bases para que se produjera un asentamiento de i) 25 mm y de ii) 150 mm. Todos recibieron una importante cantidad de información acerca de las características de los suelos y las estructuras, así como el programa completo de carga. En el informe final, Briaud y Gibbens informaron que:

"Nadie entregó un conjunto de respuestas que cayera consistentemente dentro del 20% de desvío respecto de los valores medidos. Dos participantes tuvieron el 80% de sus respuestas dentro de este rango."

"La carga que produjo un asentamiento de 25 mm ( $Q_{25}$ ) fue subestimada en un 27% en promedio. Las predicciones estuvieron en un 80% del lado seguro. El efecto de escala (de las bases) fue correctamente predicho puesto que este número (el 80%) fue consistente en todos los tamaños."

"La carga que produjo un asentamiento de 150 mm ( $Q_{150}$ ) fue subestimada por el 6% en promedio. Las predicciones estuvieron en un 63% del lado seguro. El efecto de escala no fue predicho correctamente y hubo una tendencia a la sobrestimación de la carga para las bases mayores."

"Se utilizó una gran cantidad de métodos (de cálculo) y no fue posible identificar al método más preciso puesto que la mayoría de los participantes utilizó métodos publicados, modificados según su propia experiencia, o utilizó una combinación de métodos. El método más popular fue el de Schmertmann con datos del CPT. De todos los ensayos de suelos ejecutados, el más utilizado fue el CPT. Luego siguen el SPT, del PMT y el DMT".

"El asentamiento diferido para un escalón de carga de 30 minutos ( $Q_{25}$ ) fue predicho razonablemente considerando los datos limitados disponibles para esta predicción. La predicción promedio de asentamiento para el año 2014 para  $Q_{25}$  es 35 mm, o unos 10 mm adicionales en los próximos 20 años."

"La carga de diseño para cada base y cada participante fue definida como

---

<sup>13</sup> Simple conjetura. Queda en manos del Dr. Rocco convertir este pie en una exposición completa.

$$Q_d = \frac{\min[Q_{25}, Q_{150}]}{3}$$

El coeficiente de seguridad  $F$  fue definido como la razón entre el valor medido de  $Q_{150}$  y  $Q_d$ . Como 31 participantes predijeron el comportamiento de 5 fundaciones, existieron 155 valores para el coeficiente de seguridad  $F$ . Sólo uno de los coeficientes de seguridad fue menor que uno; el siguiente peor fue 1.6; el promedio es 5.4. Por lo tanto parece que nuestra profesión conoce como diseñar bases aisladas de manera muy segura."

"El asentamiento  $s_d$  bajo la carga de diseño  $Q_d$  fue leído en las curvas medidas, para (el valor de) la carga de diseño predicha para cada base y para cada participante. El promedio general fue 10.3 mm, que es mucho menor que 25 mm. Considerando los elevados coeficientes de seguridad y los valores reducidos de asentamiento, la carga de diseño pudo haber sido considerablemente superior. Por lo tanto parece que nuestra profesión podría diseñar bases aisladas más económicamente."

¿Por qué este fracaso de los geotécnicos? Nuestra estrella, nuestra educación, el consejo de nuestros maestros y nuestra limitada capacidad nos hacen caer en alguna de las siguientes "posiciones intelectuales:

- Estamos *emperrados* en que la arena *debe ser* un material elástico, *para poder utilizar las fórmulas de la resistencia de los materiales elásticos*. Medimos el módulo de Young, y lo usamos en nuestros cálculos. Como la arena no es un material elástico, los resultados de nuestros cálculos son malos, insalvablemente malos<sup>14</sup>. Young no nos asiste.
- *Conocemos bien el material "arena"*, pero no disponemos de buenas fórmulas de resistencia de materiales por lo que, resignados, hacemos *complejos cálculos previos y adaptamos nuestro material a la teoría de la elasticidad*. Mejoramos estos cálculos previos con abundante experiencia y oramos a Terzaghi para que nuestras *adivanzas geotécnicas* puedan ser consideradas *predicciones*. Terzaghi no nos escucha.
- Creemos que conocemos bien el material arena y, con soberbia juvenil, despreciamos la resistencia de materiales. Nos metemos en un enorme *programa de elementos finitos* con los parámetros que midieron otros<sup>15</sup>. *¡El problema no es la resistencia de materiales! ¡La arena no es un material elástico ni elastoplástico!*. Terzaghi, Young y Hooke ríen.

De manera que la pregunta del título de éste párrafo tiene una clara respuesta: No conocemos bien a las arenas. Queremos aplicar métodos de la resistencia de materiales a un material que no conocemos bien, y fallamos en nuestras predicciones. Los más audaces abandonamos la resistencia de materiales, pero quedamos atrapados en las teorías de la elasticidad y la plasticidad. *También ellas deben ser abandonadas, cuando de arenas se trata.*

Las tres "posiciones intelectuales" descriptas estuvieron presentes en el certamen de la *FHWA*. La última es la que anduvo peor, como podemos ver en la tabla siguiente, que transcribe las predicciones "numéricas" para una base de 3 m x 3 m. El resultado experimental se muestra en la última fila.

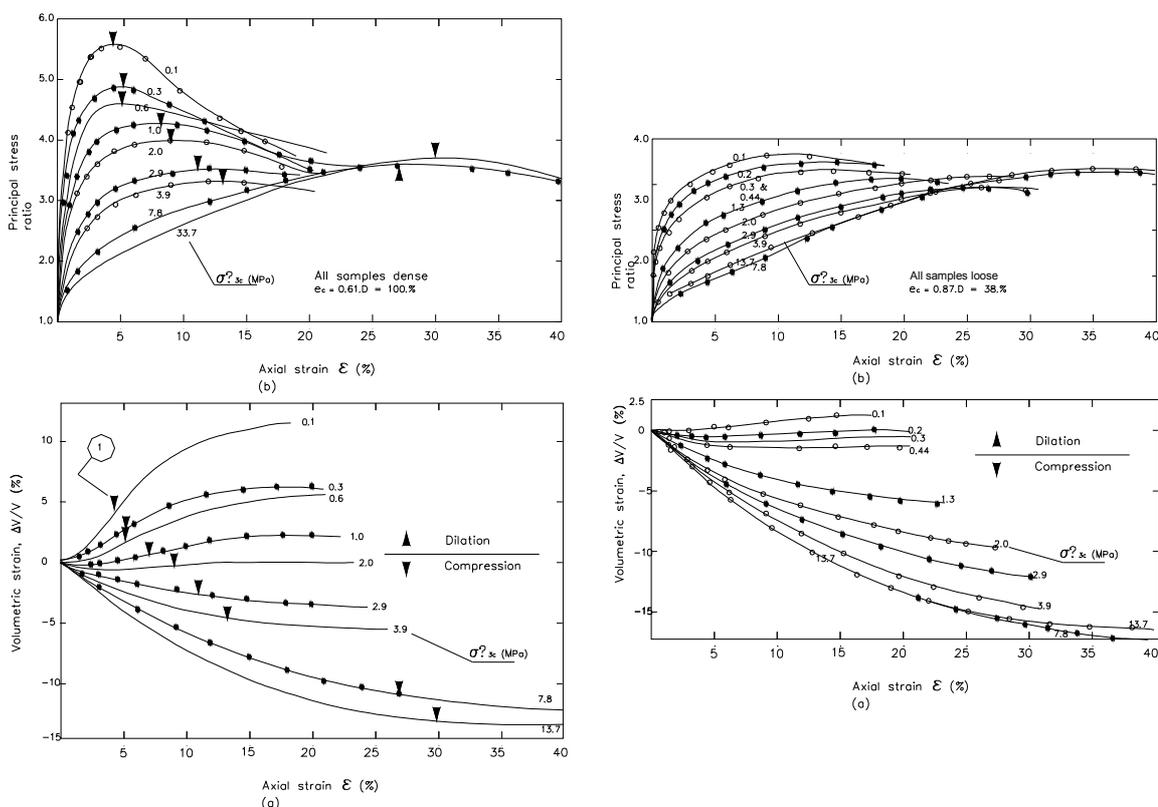
<sup>14</sup> Los ojos ven lo que la mente mira, y esta mente es miope.

<sup>15</sup> Que otros midieron para aplicar en fórmulas distintas de las que estamos a punto de usar.

Base 3 m x 3 m Participante	$Q_{25}$ Predicción	$Q_{25}$ predicho $Q_{25}$ real
	KN	
Siddiquee	406	9%
Chang	1400	31%
Cooksey	2620	58%
Towsend	5400	120%
Deschamps	2340	52%
Altaee	2300	51%
Shahrour	1530	34%
Chua	1452	32%
<i>Resultado del ensayo</i>	<i>4500</i>	<i>100%</i>

La media de todas las predicciones para esta base (incluyendo las efectuadas por técnicas no numéricas) fue de 3150 KN (70% del valor experimental), con un desvío standard de 1582 KN (¡el 50% de la media!). El promedio de las predicciones “numéricas” fue 2181 KN (48% del valor medido).

Este resultado es muy estimulante. ¿Por qué ocurrió este desastre? Porque el *material* que quisimos *encorsetar* en nuestras *teorías previas* se comporta como aparece en las figuras siguientes:



Eso significa que hay que estudiar *nuevas teorías* para estos materiales. Y *volver a medir*, para conocer mejor a las arenas. Es el eterno ciclo del razonamiento y la observación, que necesita dar otra vuelta de rueda. Ya lo dijo Lord Kelvin: "*Hasta que no hayas medido, no sabrás de qué estás hablando*".

## **MEDIOS CONTINUOS Y CASI CONTINUOS**

Uno de los objetivos de este trabajo es mostrar que la mecánica del continuo es el ámbito unificador de las “resistencias de materiales” que diferentes ramas de la ingeniería han desarrollado de manera casi independiente. El segundo objetivo es mostrar que la mecánica del continuo será el inexorable verdugo de esas “resistencias de materiales”, mientras que el tercer objetivo es proponer que impulsemos el cambio de “paradigma”, en lugar de seguirlo desde atrás. Pero, para poder razonar sobre todas esas cosas, necesitamos recordar algunos conceptos de la *mecánica del continuo*.

### **Escalas de observación.**

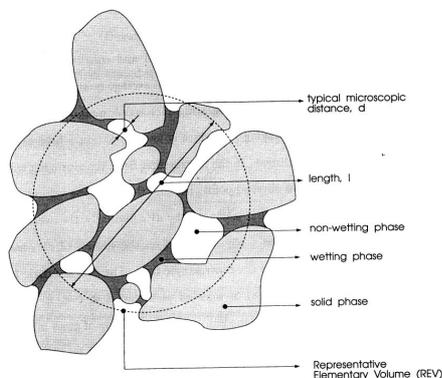
¿Cuánto mide la costa de Argentina<sup>16</sup>? Esta interesantísima y muy filosófica pregunta admite varias respuestas, todas basadas en mediciones:

- Tomamos un mapa escolar. Apoyamos una regla sobre él. Medimos 20 cm. Multiplicamos por la escala, y tenemos 2800 km.
- Tomamos un mapa del IGM. Apoyamos un escalímetro, y recorremos la línea de costa, sumando segmentos de 1 mm de longitud. Multiplicamos la suma por la escala y tenemos 3500 km.
- Salimos en trekking, desde Magdalena, en dirección sur. Vamos apoyando en el suelo una vara de un metro de largo, justo donde el agua baña la costa. Sumamos las varas y tenemos unos 4200 km.
- De vuelta desde Usuhaia, también en trekking, usamos una vara de 10 cm de longitud, en lugar de aquella de 1 metro. Detrás nuestro viene alguien que mide con un palito de 1 cm de largo: 4350 km, 4480 km...

Y ahora, ¿Cuánto mide la costa de Argentina?

*Toda medición experimental requiere de una definición previa de la escala con que se observa el fenómeno.* Por ejemplo, yo estudio el comportamiento de las arenas. Si mirara los granitos de a uno, si estudiara cómo se tocan y mueven, estaría trabajando en la *microescala*, ámbito propio de físicos, de japoneses y de profesores con dedicación exclusiva.

Como soy impaciente y tengo dedicación simple, considero que la arena es un continuo. Miro un *volumen elemental representativo (VER)* y estipulo que en este material nos conviene medir un ángulo de fricción. La definición del VER es intuitiva en la siguiente figura:



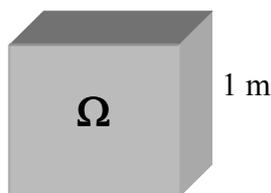
<sup>16</sup> Mandelbrot, el creador de la matemática fractal, puso como ejemplo la costa de Francia.

El párrafo que pasó es interesantísimo. ¿Volumen representativo de qué? ¡Representativo de lo que queremos ver! Como queremos tratar a la arena como un continuo, el VER tiene que incluir suficiente material como para que las mediciones que hagan sean “representativas”. Si estuviéramos trabajando con hormigón, el VER incluiría tres o cuatro agregados gruesos... Este concepto de VER, aunque medio difuso, define la *mesoescala*.

El volumen de arena que ensayamos en la cámara triaxial es mayor que ese VER, porque nuestros equipos de ensayo son de una calidad muy modesta. Sin embargo, salen resultados que damos por buenos y entregamos a un proyectista. Éste recibirá el informe y, cansado por la caminata costera desde Usuhaia, mirará la playa completa. Para ese individuo, los granitos no existen, el VER tampoco, y sólo tendrá que calcular una base sobre una arena... que tiene  $\phi = 34^\circ$ . El hombre está dispuesto a utilizar *la resistencia de materiales* para hacer un *proyecto ingenieril*. No quiere comprender cómo o Por qué funcionan las cosas. Quiere construirlas.

### Un medio continuo.

*Medio* es una porción del espacio ocupada por un material. Para hacer el razonamiento simple, imaginemos un cubo de un metro de lado. El “medio” es entonces el espacio dentro de ese cubo. Geométricamente es



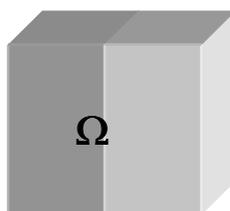
Matemáticamente tiene muchas representaciones. Una podría ser

$$\{x, y, z\} \in \Omega \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 1 \\ 0 < z < 1 \end{cases}$$

aunque esta expresión es decididamente mala. ¡La definición de nuestro cuerpo depende del origen de coordenadas!

*Continua* es, para nosotros, una función que está definida en todo punto dentro de un dominio y que tiene un único valor en cada punto. Si en nuestro cubito los desplazamientos son continuos, las propiedades del material son continuas y todas las interacciones con el exterior son continuas, las tensiones también lo serán, y tenemos un *medio continuo*. En realidad, querríamos que las funciones también sean derivables muchas veces en el interior del dominio, aunque sería feo hablar de “medio continuo y derivable”.

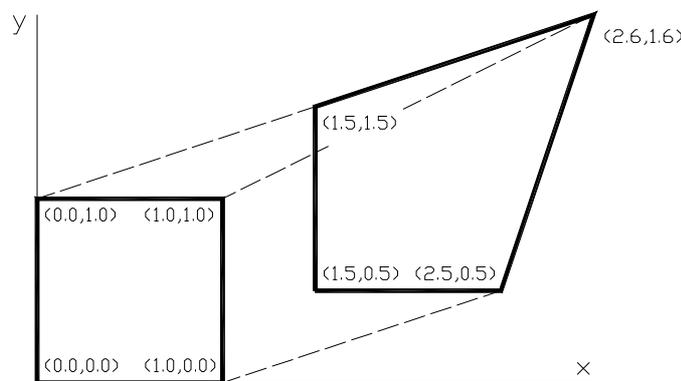
En realidad, podemos ser menos estrictos. Podemos, por ejemplo, definir un “medio casi continuo” como un medio continuo en el que existen un número finito de superficies de discontinuidad, donde las funciones, o sus derivadas tengan saltos. Sería algo así:



En la superficie que separa las partes “continuas” podemos estudiar cosas interesantísimas. Es el lugar donde podemos definir la ley de la reflexión y la refracción, por ejemplo, o donde medimos la “tensión superficial” de un fluido. La generación de esas superficies de discontinuidad pueden ser previas a nuestra observación o simultáneas: fisuras, bandas de corte, concentración de dislocaciones plásticas. Por ejemplo, una fractura es un salto de la función desplazamiento, mientras que una banda de corte es un salto en la función deformación.

### El cuadradito elemental: ¿somos tan cuadrados los ingenieros?

Para seguir adelante con un mínimo de formalidad necesitamos recordar los conceptos de la cinemática infinitesimal. Lo hacemos mediante el ejemplo de la figura siguiente, en la que un cuadradito se mueve y se deforma:



Como todo es continuo en nuestro medio continuo, podemos definir el *campo de desplazamientos* del cuerpo, que es una función continua de la forma

$$\underline{u}[x, y] = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

$$\underline{u}[x, y] = \underline{x}^{\text{despues}} [x, y] - \underline{x}^{\text{antes}} [x, y] = \begin{Bmatrix} 1.5 + 0.1xy \\ 0.5 + 0.1xy \end{Bmatrix}$$

donde las variables  $x$  e  $y$  se definen *en la posición original*. Entonces, el desplazamiento del punto  $(0.5 \ 0.4)$  es

$$\underline{u}[0.5, 0.4] = \begin{Bmatrix} 1.5 + 0.1 \times 0.5 \times 0.4 \\ 0.5 + 0.1 \times 0.5 \times 0.4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.52 \\ 0.52 \end{Bmatrix}$$

El campo de desplazamientos, así definido, es lo que en matemática se llama *una función vectorial de punto*. ¿Cuántos puntos se necesitan para definir un desplazamiento? Se necesita un solo punto<sup>17</sup> y dos tiempos: antes y después. En el ejemplo, el punto es  $(0.5 \ 0.4)$ . ¿En qué unidades se miden los desplazamientos? En metros. Si algo en cinemática se mide en metros, es muy probable que sea un desplazamiento.

<sup>17</sup> Un desplazamiento *no es* un desplazamiento relativo.

El campo de desplazamientos puede derivarse, puesto que es suficientemente suave. Si lo derivamos respecto de la *función posición* (las  $\underline{x}$ ) nos queda ¡un vector derivado por otro vector!. La expresión matemática de semejante animal es

$$\frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix}$$

que es un tensor de segundo orden, convenientemente expresado como una matriz de 2x2 que no es simétrica. Para tener algo parecido, pero simétrico, hacemos

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \underline{u}}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial \underline{u}^T}{\partial \underline{x}} \right) = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \end{Bmatrix}$$

que resulta ser el viejo y querido *tensor de deformaciones*<sup>18</sup> que usamos comúnmente. A ver cómo nos da el ejemplo:

$$\underline{u}[x, y] = \begin{Bmatrix} 1.5 + 0.1xy \\ 0.5 + 0.1xy \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} &= \frac{\partial [1.5 + 0.1xy]}{\partial x} = 0.1y & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} &= \frac{\partial [1.5 + 0.1xy]}{\partial y} = 0.1x \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} &= \frac{\partial [0.5 + 0.1xy]}{\partial x} = 0.1y & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} &= \frac{\partial [0.5 + 0.1xy]}{\partial y} = 0.1x \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}[x, y] = \begin{Bmatrix} 0.1y & 0.05(x+y) \\ 0.05(x+y) & 0.1x \end{Bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}[0.5, 0.4] = \begin{Bmatrix} 0.04 & 0.045 \\ 0.045 & 0.05 \end{Bmatrix}$$

¿Cuántos puntos se necesitan para definir una deformación? Se necesita un solo punto. ¿En qué unidades se miden las deformaciones? Son dimensionales.

Viendo que una es una matriz mientras que el otro es un vector, viendo que una es adimensional y que el otro se mide en metros, podemos afirmar, sin temor a equivocarnos, que una deformación no es un desplazamiento chiquito.

<sup>18</sup> Tensor, y por eso tiene pinta de matriz.

## LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS

Las ecuaciones constitutivas son simplemente las relaciones tensión – deformación, expresadas con toda la elegancia matemática del caso. La ley de Hooke, la ley del gas perfecto, la ley de Newton para los líquidos, la ley de difusión de Fick, todas son ecuaciones constitutivas. De manera muy global, podemos decir que:

- La cinemática relaciona los desplazamientos con las deformaciones.
- El equilibrio (dinámico o estático) relaciona las cargas con las tensiones.
- Las ecuaciones constitutivas relacionan las tensiones con las deformaciones.

Por lo tanto, cuando aplicamos una carga sobre un cuerpo, recorremos el siguiente camino:



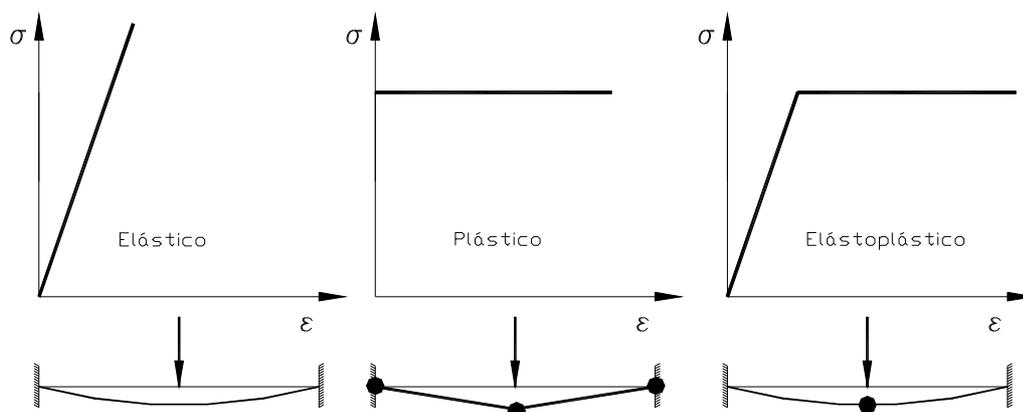
Creo que Hooke dijo “*Ut tensio sic vis*” (así la carga, así el desplazamiento). Si dijo eso, estaba haciendo resistencia de materiales. Pero todos lo comprendemos y perdonamos, y hasta creemos que dijo “*así la tensión, así la deformación*”, lo que es una verdadera ecuación constitutiva.

### El cuadradito lleno de sustancia: mecánica de fluidos o mecánica del sólido.

¿Cómo responderá el cuadradito del ejemplo a semejante deformación? *Depende del material con el que lo hayamos fabricado.* Aquí se divide la mecánica de los fluidos de la mecánica del sólido. Como los fluidos no tienen resistencia estática pero sí viscosidad, a los hidráulicos no les interesa tanto la forma que adquirió el cuadradito como a qué velocidad ocurrió el fenómeno. En cambio, para nosotros, por ahora, la velocidad no es un problema. Seguimos, entonces, con la mecánica del sólido.

Y aquí aparecen todas las *resistencias de materiales especiales*. En realidad, ningún material es especial. Ocurre que la teoría de la elasticidad llegó primero, y por eso se acepta que los materiales “ideales” son elásticos. Ni hablar. Los materiales eternamente elásticos son aburridísimos y, por otra parte, son ideales, pero en el sentido de que no existen en la naturaleza.

Incluso, cómo tratemos a un *cuerpo material* también depende de lo que estamos interesados en calcular. Por ejemplo, una viga bi-empotrada, con una carga puntual en el centro de su luz, puede ser un material elástico, si queremos calcular su deformación en servicio. Puede ser un material plástico, si queremos calcular la carga última, o puede ser un material elastoplástico, en condiciones intermedias. Toda esta parrafada se traduce en una bella representación gráfica:



Esta es otra prueba de que una imagen vale más que mil palabras. Una fórmula vale más que mil imágenes y, si la fórmula es tensorial, vale más que mil fórmulas analíticas. O sea, una fórmula tensorial vale más que mil millones de palabras.

En los próximos tres párrafos mostraré que, a medida que el material se complica, la geometría de los problemas que abordamos se simplifica. En una punta, tenemos el pandeo elastoplástico de Engesser para una barra recta. En la otra punta, tenemos una presa de arco de hormigón, apoyada en un macizo rocoso, y calculada como elástica y lineal.

### **La elasticidad lineal. 1000 ejercicios resueltos.**

Si aceptamos que nuestro cuadradito está lleno de un material idealmente elástico, lo podemos poner en muchas geometrías. *Hacemos las integrales que haya que hacer* y resolvemos muchísimos problemas prácticos, dando origen a la “resistencia de materiales” o la “resistencia del material ideal”:

- Barras a tracción, flexión y compresión, incluyendo el pandeo elástico, el pandeo por flexotorsión y otras cosas horribles. Como la geometría de las barras rectas es simplísima, podemos resolver muy bien problemas con cargas bastante complejas.
- Arcos, si no tienen una directriz muy caprichosa.
- Placas, cáscaras y chapas con cargas uniformes, lineales, en su plano o normal a él. Las placas deberán ser rectangulares, trapeciales o circulares. Las chapas deberán ser de revolución, de simple curvatura o de doble curvatura, pero desarrollable. La geometría se pone más compleja, por lo que las cargas deben ser más simples si queremos que las integrales tengan solución.
- Sólidos elásticos, con cargas concentradas o cargas uniformes, actuantes sobre superficies rectangulares o circulares. Punto.

Un ejemplo de integral sería

$$M = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-h/2}^{h/2} E\kappa y^2 dx dy$$

donde, si asumimos que  $\sigma = E\varepsilon$  con  $E$  constante, que  $\varepsilon_a = \kappa y$  y que  $\varepsilon_a = \Delta l / l_0$ , la integral queda convertida en el momento de inercia. *No olvidemos que esto es así debido a esas numerosas hipótesis previas.*

### **La plasticidad perfecta: 100 ejercicios resueltos.**

Si nuestro cuadradito está lleno de un material rígido – plástico perfecto, podemos resolver algunas geometrías relativamente simples, dando origen a las “resistencias de materiales especiales”:

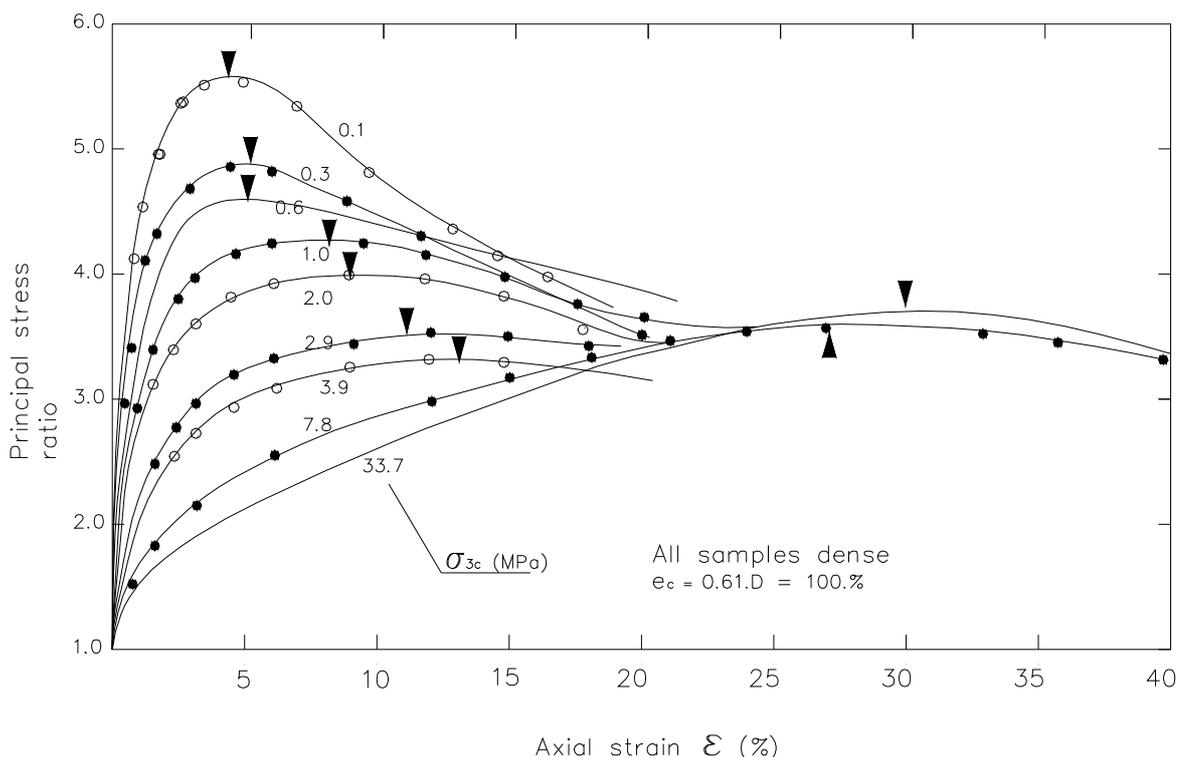
- La resistencia a la tracción, compresión, y los momentos de plastificación por torsión o flexión de barras rectas y algunos arcos.
- La carga última de placas por el método de las líneas de rotura.
- La capacidad de carga de una fundación.
- El empuje de suelos sobre estructuras de contención.
- El coeficiente de seguridad de un talud.

El ejemplo extremo de estos ejercicios intelectuales lo constituye la barra que sostiene su propio peso, recordada por el Prof. Lima en su exposición, en este mismo seminario. Elástica y lineal

hasta la “tensión de falla”, la barra tiene una geometría curiosa e inquietante, dada exclusivamente por la teoría de la plasticidad, representada aquí por la bendita “tensión de falla”. Si queremos construir semejante barra con hormigón, resulta que ¡la tensión de falla depende de la sección de la columna!

**Elasticidad no lineal + plasticidad con endurecimiento: 10 ejercicios mal resueltos.**

Supongamos que el material que tenemos tiene *todas* estas curvas tensión – deformación:



En este bellissimo material, la resistencia al corte depende (casi) linealmente de la tensión principal menor. La rigidez depende de la presión media a través de mecanismos complejos, que hasta el presente están mal entendidos y peor modelados. Con semejante material, no hay geometría, distinta del cubito elemental, para la que podamos hacer cálculos exactos. *Con este material, la resistencia de materiales muere, de muerte natural.*

**Nuestro cuadradito.**

Para cerrar este apartado sobre ecuaciones constitutivas continuamos con el ejemplo de nuestro cuadradito elemental. Supongamos que está lleno con un material elástico, y que representa condiciones de tensión plana. Entonces, la ecuación constitutiva es la ley generalizada de Hooke:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\epsilon}}$$

donde **D** es un tensor con 81 números que puede convertirse en la coqueta matriz

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{Bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}$$

por lo que en nuestro caso, si adoptamos  $E = 1000 \text{ MPa}$  y  $\nu = 0.20$ ,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1000 \text{ MPa}}{1-0.2^2} \begin{Bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.1y \\ 0.1x \\ 0.05(x+y) \end{Bmatrix}$$

$$\underline{\underline{\sigma}}[0.5, 0.4] = 1041.67 \text{ MPa} \begin{Bmatrix} 1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0.04 \\ 0.05 \\ 0.045 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 52 \\ 60 \\ 38 \end{Bmatrix} \text{ MPa}$$

De manera que tenemos el *campo de tensiones completo*, mediante la aplicación de una *ecuación constitutiva* a un *campo de deformaciones*. Y este campo de deformaciones es el *gradiente del campo de desplazamientos*. Así funciona un programa de elementos finitos. Cuadrado por cuadrado.

## LOS MÉTODOS NUMÉRICOS

### La geometría ya no es parte del problema.

Los métodos numéricos son un conjunto de herramientas matemáticas que permiten hacer integrales de manera aproximada. Aplicados a la mecánica del sólido, permiten hacer las integrales de las tensiones para calcular las fuerzas, o las integrales de las deformaciones para calcular los desplazamientos.

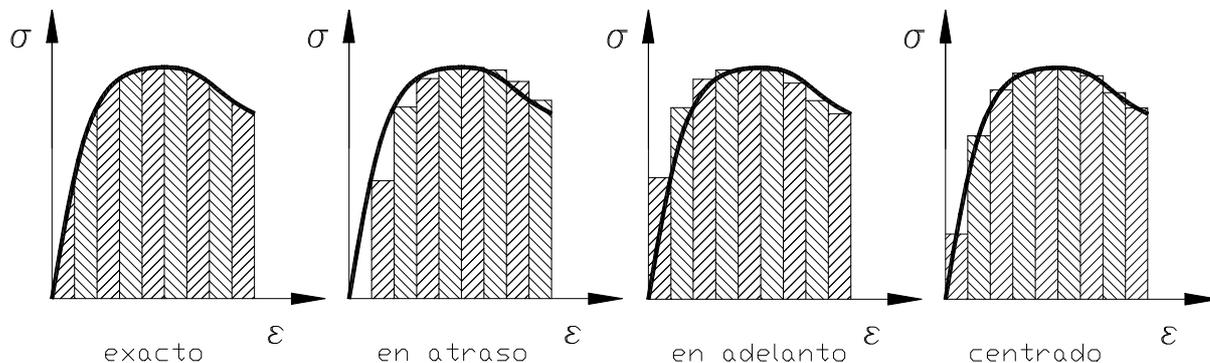
Con la resistencia de materiales calculamos la relación entre carga y desplazamiento mediante una simple fórmula siempre y cuando esa fórmula exista y el problema caiga dentro de su campo de aplicación. Por ejemplo, una viga con una carga concentrada en el medio se calcula con

$$\delta = \frac{PL^3}{48EJ}$$

Con los métodos numéricos, aún este ejemplo trivial se convierte en un complejo cálculo, en el que todas las veces se hacen integrales en la longitud de la barra.

Recordemos que por definición, una integral es la suma de las áreas de un montón de rectángulitos cuando la base de éstos es infinitesimal. Con los métodos numéricos, nos olvidamos de lo *infinitesimal* y nos quedamos en lo *finito*. Diferencias finitas, elementos finitos, volúmenes finitos o puntos finitos.

Cuando hacemos integrales de manera aproximada cometemos *un error*, que depende de cómo armamos las fórmulas y del tamaño de la base del “rectángulo”, que de ahora en adelante denominaremos *discretización del dominio*. En la figura siguiente mostramos distintas formas de calcular el área bajo una curva. La primera es la exacta, mientras que las otras usan rectángulos.



Con los métodos numéricos en la mano, el esquema de la página 16, que era



se convierte en



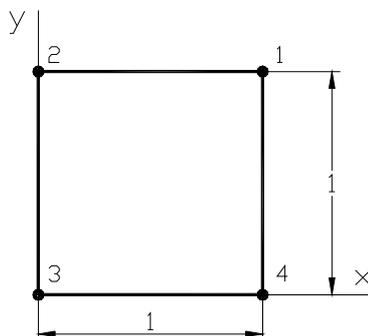
y nosotros debemos concentrarnos únicamente en *definir la ecuación constitutiva* que mejor describa el comportamiento del material que estamos modelando. Para una computadora, una barra de eje recto o curvo es exactamente el mismo problema. Una o mil cargas es lo mismo.

Obtendremos resultados razonables si la *discretización* es buena y si las *ecuaciones constitutivas* están bien elegidas. Y si no, obtendremos basura. Por lo tanto, un ingeniero que deba entenderse con una computadora durante toda su vida debe necesariamente:

- *conocer los métodos numéricos en el nivel de usuario*: cómo fueron pensados, cuáles son sus alcances y limitaciones.
- *conocer las ecuaciones constitutivas disponibles en el nivel de usuario*: para qué materiales fueron desarrolladas, qué cosas “ven” y cuáles no, y cómo se comportan en un cálculo numérico.
- *tener una adecuada idea del resultado que debe obtenerse*: eso se logra haciendo unos cuantos *ejercicios didácticos* de resistencia de materiales.

### Cuando un cubo no es tan simple.

Si vamos a discretizar una geometría compleja con pocos cubitos (en realidad, elementos finitos tridimensionales) deberemos escribir las relaciones aproximadas desplazamiento – deformación de esos elementos con mucho cuidado. Estas relaciones aproximadas son las que se denominan *funciones de interpolación*. El elemento más simple que nos permite seguir adelante con nuestro ejemplo del cuadradito es el elemento cuadrilátero de cuatro nodos e interpolación lineal



Este elemento tiene las siguientes funciones de interpolación de desplazamientos y de deformaciones:

$$u = xyU_1 + (1-x)yU_2 + (1-x)(1-y)U_3 + x(1-y)U_4$$

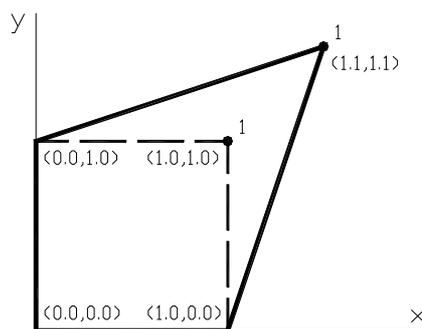
$$v = xyV_1 + (1-x)yV_2 + (1-x)(1-y)V_3 + x(1-y)V_4$$

$$\varepsilon_{xx} = yU_1 - yU_2 - (1-y)U_3 + (1-y)U_4$$

$$\varepsilon_{yy} = xV_1 + (1-x)V_2 - (1-x)V_3 - xV_4$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}(xU_1 + (1-x)U_2 - (1-x)U_3 - xU_4 + yV_1 - yV_2 - (1-y)V_3 + (1-y)V_4)$$

donde  $U_I$  es el desplazamiento del nodo  $I$  en la dirección  $x$ , y así los demás. En nuestro ejemplo, si eliminamos el movimiento de cuerpo rígido, el único nodo que se movió realmente es el nodo 1, que se desplazó 0.1 hacia la derecha y 0.1 hacia arriba.



El campo de deformaciones interpolado dentro del elemento es

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= 0.1y \\ \varepsilon_{yy} &= 0.1x \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{0.1x + 0.1y}{2}\end{aligned}$$

por lo que el tensor de deformaciones en el punto  $(0.5 \ 0.4)$ , escrito con notación vectorial, es

$$\underline{\underline{\varepsilon}}[0.5, 0.4] = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.1 \times 0.4 \\ 0.1 \times 0.5 \\ \frac{0.1 \times 0.5 + 0.1 \times 0.4}{2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.04 \\ 0.05 \\ 0.045 \end{Bmatrix}$$

que coincide con el valor “exacto”<sup>19</sup>.

De manera que un programa de elementos finitos *calcula los desplazamientos en los nodos*. Con ellos como dato fundamental *interpola las deformaciones* dentro del elemento. Aplica las *ecuaciones constitutivas* a esas deformaciones interpoladas y *obtiene tensiones interpoladas*. Las *integra de manera aproximada* dentro del elemento y las convierte en *fuerzas en los nodos*, con ecuaciones de equilibrio del elemento. Y *con esas fuerzas verifica el equilibrio global*.

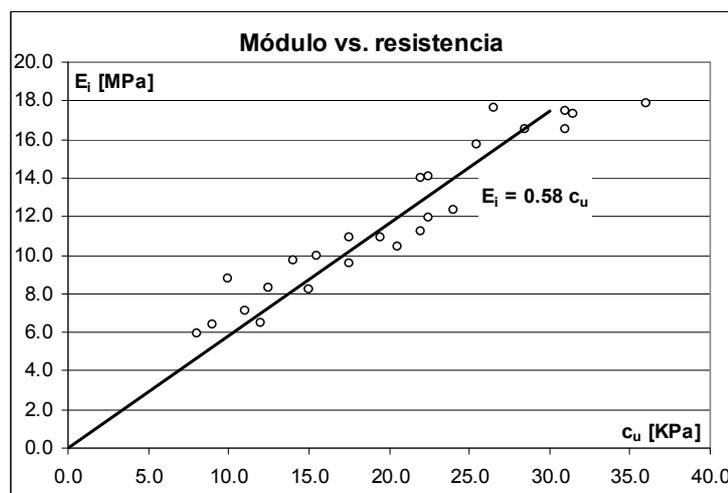
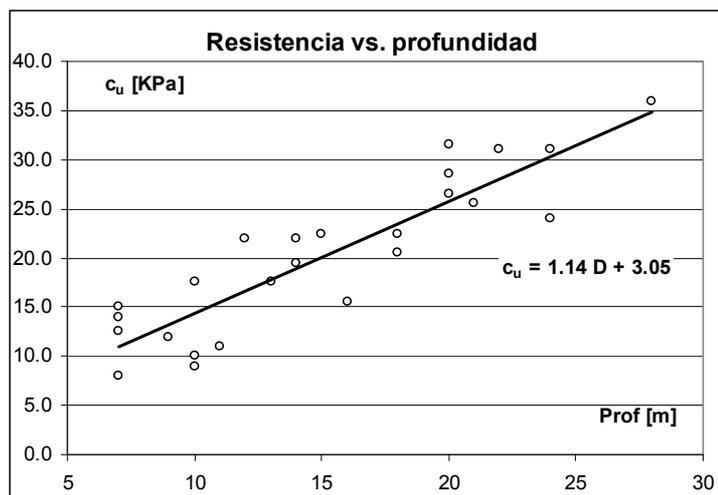
### Los métodos numéricos para geomateriales.

La introducción y desarrollo de las técnicas numéricas aplicables a geomateriales escapa por completo al alcance de este trabajo. Como ejemplo introductorio, me permito presentar una aplicación del método de los elementos finitos a la verificación de la escollera del canal de acceso al puerto de La Plata.

La estabilidad de la obra depende del proceso constructivo adoptado, puesto que la resistencia de los suelos de fundación no es suficiente para sustentar la escollera a menos que la construcción se haga por etapas, permitiendo el comienzo de la construcción de una etapa cuando se verifique la disipación de las presiones neutras generadas por la etapa inmediata anterior. Incluyo una parte del informe correspondiente, ejecutado el año pasado para el Consorcio del Puerto de La Plata y publicado en el 2<sup>do</sup> Congreso Argentino de Ingeniería Portuaria.

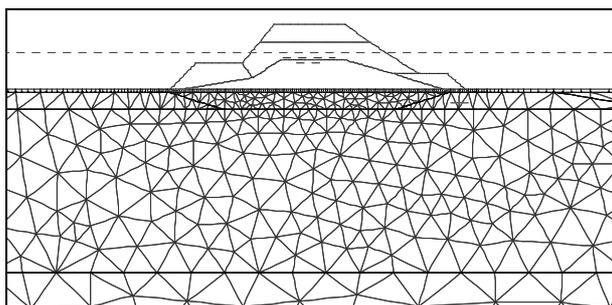
<sup>19</sup> No es un valor exacto. Existen muchas medidas de la deformación en un punto. La deformación ingenieril, linealizada, es la más simple y menos exacta de ellas.

“...Con el fin de evaluar cuantitativamente el impacto de la velocidad de construcción de cada etapa sobre la estabilidad global se ejecutaron modelos numéricos de los procesos constructivos en estudio, incluyendo la existencia de la vieja escollera colapsada. Estos modelos numéricos requirieron la determinación de parámetros de comportamiento mecánicos confiables, por lo que fueron complementados por un programa de investigación geotécnica de campo y laboratorio. Sus resultados son...

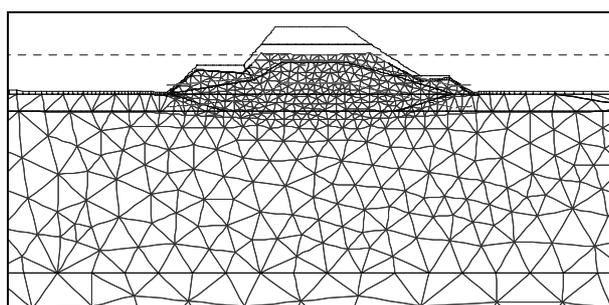


La simulación numérica del proceso constructivo se ejecutó en el programa de elementos finitos ... Se utilizó una ecuación constitutiva derivada de la expresión hiperbólica de Duncan – Chang, con parámetros mecánicos obtenidos mediante la simulación previa de los ensayos triaxiales y de consolidación ejecutados en el laboratorio. Esto implica que los mismos parámetros que permiten reproducir numéricamente los resultados de los ensayos de laboratorio fueron utilizados en la verificación de la estructura.

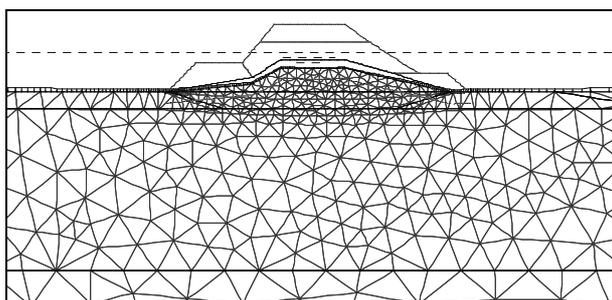
Para cada una de las etapas se calculó el coeficiente de seguridad en condiciones de marea normal y con bajante extraordinaria (2.50 m bajo el cero). Las diferentes etapas del cálculo numérico fueron las siguientes:



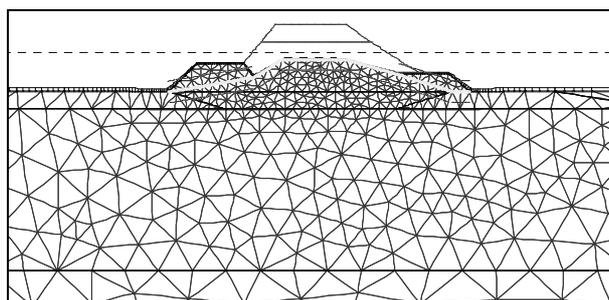
formación del depósito del lecho



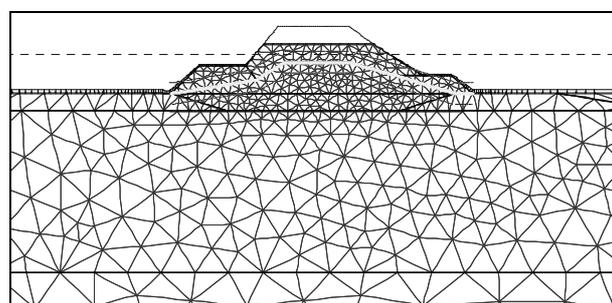
construcción de la vieja escollera y consolidación de los suelos de fundación



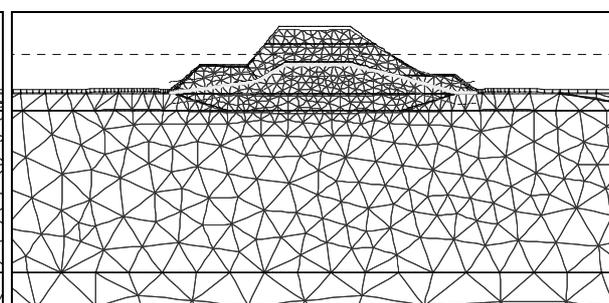
colapso de la vieja escollera obtenida mediante reducción de la resistencia del material del lecho



primera etapa de la nueva obra: ataguías laterales



segunda etapa: banco central



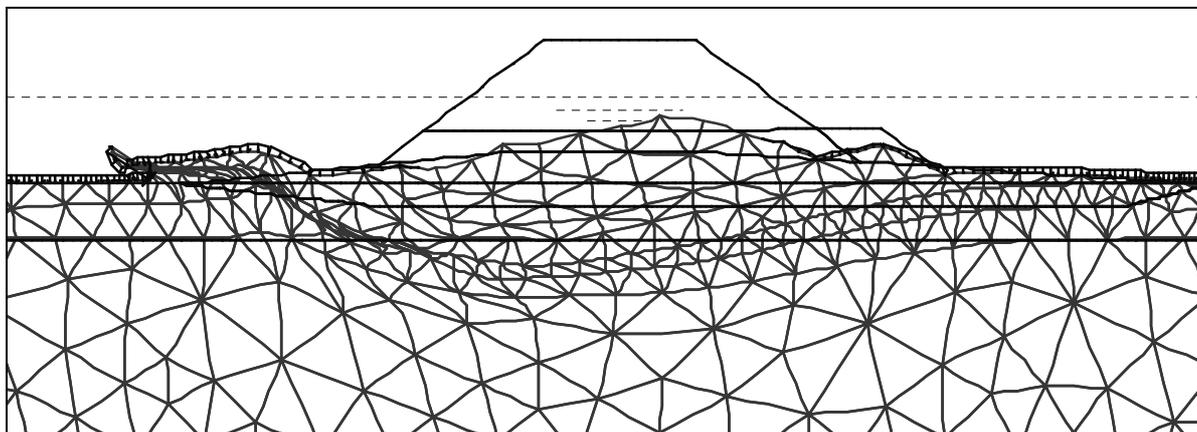
fin de construcción

Se simularon dos procesos constructivos: Construcción de un banco central y recrecimiento posterior y construcción en una etapa mediante topado desde el frente de obra. Los resultados de las simulaciones numéricas para las dos secciones y los dos procedimientos estudiados son:

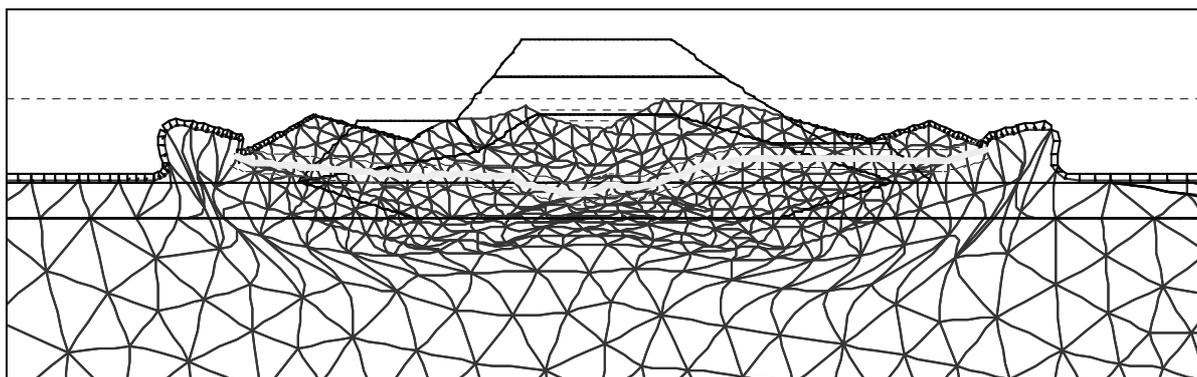
	S [cm]	$F_u$ [-]	$F_u^{baj}$ [-]	$F_d$ [-]	$F_d^{baj}$ [-]
5100 SE: Banco y recrecimiento	20	1.30	1.05	1.62	1.20
5100 SE: Topado frontal	28	1.26	1.00	1.58	1.20
5100 NO: Banco y recrecimiento	17	1.45	1.32	1.70	1.40
5100 NO: Topado frontal	20	1.36	1.21	1.69	1.40

donde  $S$  es el asentamiento medio al fin de construcción, mientras que  $F_u$ ,  $F_u^{baj}$ ,  $F_d$  y  $F_d^{baj}$  son los coeficientes de seguridad calculados para las condiciones no drenada, no drenada con bajante extraordinaria, drenada y drenada con bajante extraordinaria (la bajante es no drenada).

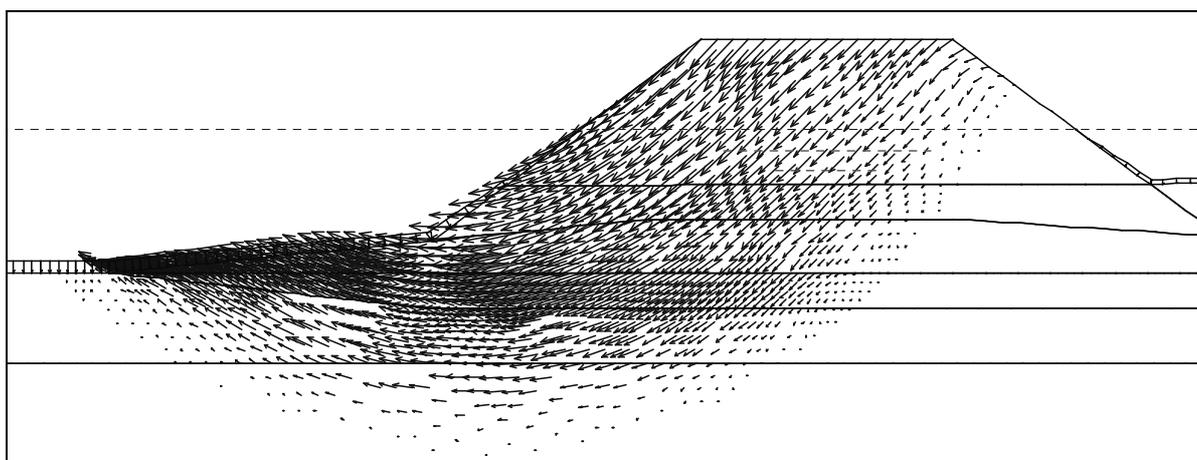
Los modos de falla calculados por el programa se presentan en las siguientes figuras.



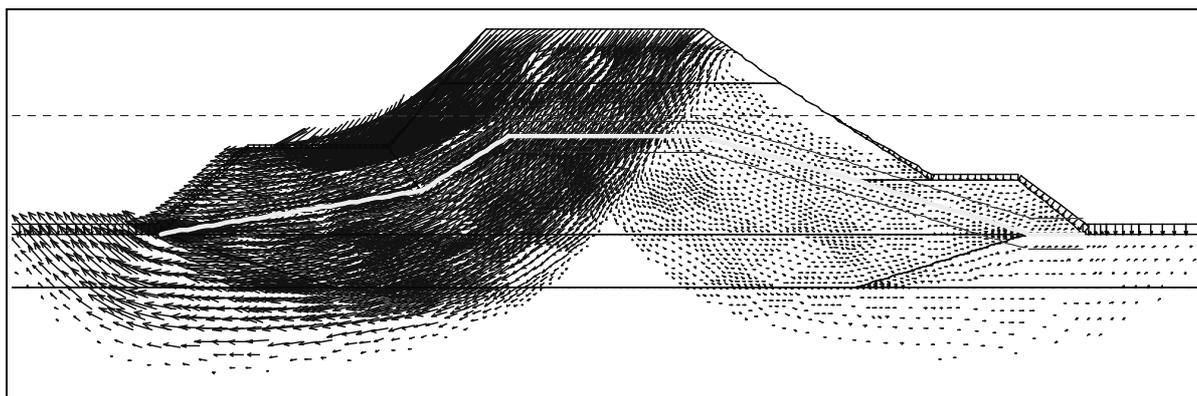
Falla de talud asimétrica



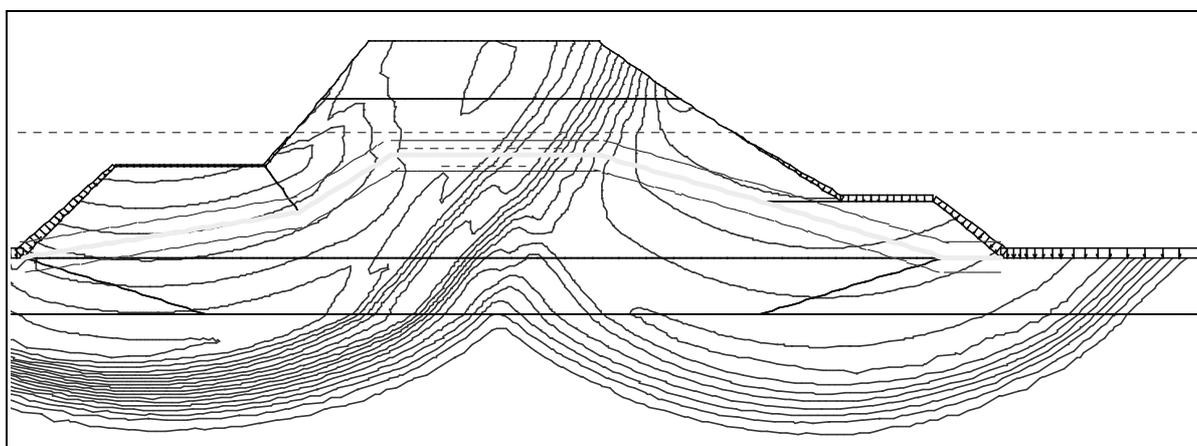
Falla simétrica por capacidad de carga del suelo de fundación



Vectores de desplazamiento en la falla de talud



Vectores de desplazamiento en la falla de talud cuando se agrega una berma



Líneas de igual desplazamiento.

Las conclusiones de este trabajo fueron que:

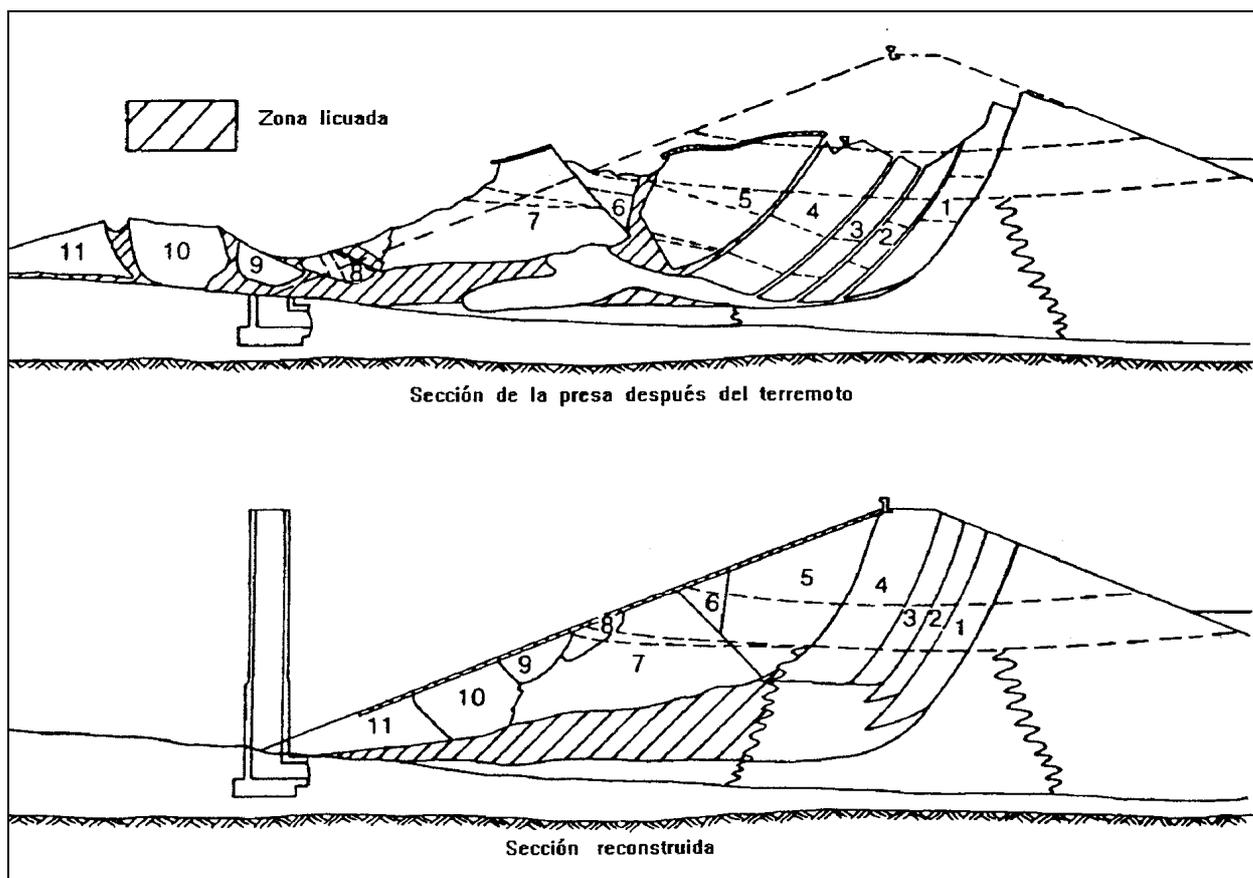
- Un cálculo convencional de capacidad de carga arroja como resultado que la escollera no puede construirse, excepto a muy baja velocidad, para que el suelo se comporte como “drenado”.
- Sin embargo, este tipo de cálculo no tiene en cuenta: i) la existencia de una obra anterior; ii) el drenaje parcial de los suelos de fundación; y iii) el proceso constructivo.
- Estos factores fueron incluidos en un conjunto de modelos numéricos de las diferentes secuencias constructivas.
- Los resultados de este estudio muestran que el coeficiente de seguridad global de la escollera está en el rango 1.26 – 1.45 para el estado “fin de construcción”.
- La condición de máximo riesgo identificada es la ocurrencia de una bajante extraordinaria en los primeros meses después de terminada la obra. Esta condición es crítica para el sistema constructivo de “topado”, pero no para el sistema de “banco y recrecimiento” si se permite la consolidación parcial de los suelos de fundación.
- Luego de completado el drenaje y consolidación primarias, una bajante extraordinaria implica una reducción no crítica del coeficiente de seguridad.

La validez de los datos de entrada de todo análisis numérico determina la utilidad de sus resultados. Si bien en este caso se ejecutó un detallado estudio geotécnico, los parámetros de entrada de los modelos no fueron los *peores obtenidos*, sino los *estadísticamente pesimistas*,

que incluyen una ponderación de todos los datos disponibles. Por lo tanto, es imprescindible complementar el estudio previo con un programa de control de la obra que incluya los siguientes puntos:

- Medición de los asentamientos del lecho.
- Medición de la generación y disipación de presiones neutras en algunas progresivas de control.
- Control del volumen de roca aportada.
- Adaptación del programa de obra a la seguridad global. Si las predicciones de disipación de presiones neutras son más optimistas que la realidad, puede ser necesario intercalar un lapso de consolidación entre las diferentes etapas de obra.”

Este ejemplo muestra que con técnicas numéricas pueden abordarse problemas que escaparían a un cálculo analítico, típico de la resistencia de materiales. Aunque este tipo de análisis puede no justificarse en muchos casos de la ingeniería estructural, sí tiene cabida dentro de la ingeniería geotécnica de hoy, y será el procedimiento convencional en un futuro no lejano<sup>20</sup>. Como comparación y homenaje, presento la reconstrucción de la falla de la presa Lower San Fernando Dam, realizada por Seed hace unos veinticinco años.



<sup>20</sup> O sea, la ingeniería geotécnica vuelve a liderar el desarrollo de la ingeniería civil...

## **LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA Y LA RESISTENCIA DE MATERIALES**

### **La resistencia de materiales del futuro.**

Los cuerpos materiales son pedazos del espacio ocupados por un determinado material. Para predecir cómo se comportarán frente a las acciones de la naturaleza o el hombre, hemos inventado una enorme cantidad de fórmulas, que englobamos en la disciplina *resistencia de materiales*. Estas fórmulas pueden agruparse de manera intuitiva en varios montoncitos que, cuando los miramos con espíritu curioso, vemos que tienen en común sus “parámetros” o “variables”: ¡comparten las ecuaciones constitutivas que les dieron origen!

La resistencia de materiales es, en mi opinión, una herramienta de trabajo de los ingenieros, que nos permite resolver problemas con los modestos recursos que hoy tenemos. Me parece claro que la resistencia de materiales, como rama del conocimiento, ya nació, creció y se reprodujo. Escribió su libro y plantó su árbol. Sólo le queda el descanso eterno que llegará, aventuro, en unos veinte a treinta años.

Como memoria y homenaje a esta santa disciplina quedarán, probablemente, una centena de *ejercicios didácticos que servirán de “prueba” de las nuevas herramientas de cálculo* que hoy están abandonando la infancia y comenzando su reproducción. Unos años después, morirá el método de los elementos finitos, no sin antes servir de “prueba” a otras técnicas que hoy no podemos siquiera imaginar.

### **Enseñemos la sustancia. Que los accidentes sean ejemplos.**

En línea con esa íntima convicción, propongo que desde la universidad *impulsemos este movimiento*, en lugar de seguirlo. Si lo hacemos, saltaremos dos o tres escalones y nos acercaremos a lo que están haciendo otros en otros lugares del mundo.

*Enseñemos las difíciles teorías matemáticas* que permiten comprender el concepto unificador que subyace a todos los problemas de la resistencia de materiales. No necesitamos hacerlo en un nivel muy elevado. Si restringimos nuestro alcance al de un curso de grado de una carrera de cuatro o cinco años, podremos formar profesionales con una herramienta teórica que les permitirá mantenerse actualizados durante toda su vida.

*Esto no es una utopía.* Como único anexo a este trabajo me permito presentar el listado completo de materias específicas de ingeniería que hoy se ofrece a los alumnos de la mejor escuela de ingeniería civil del mundo, la Universidad de Illinois en Urbana, Champaign. Se aprende mucho leyendo ese listado. Recomiendo buena luz, un lápiz y papel, un buen mate, y al menos dos o tres horas de tiempo, preferentemente un domingo<sup>21</sup>.

### **La matemática entra mejor en las almas jóvenes.**

Si bien la adolescencia es indócil y hasta indómita, en la facultad tenemos el conocimiento intuitivo de que podemos someter a los alumnos de los primeros años a experiencias muy traumáticas, sin esperar reacciones violentas. Esta inocente actitud se va perdiendo con el correr

---

<sup>21</sup> No encontrarán materias de arquitectura, como “construcciones generales”, “instalaciones de edificios”, “teoría de la arquitectura”, u otras que distrajeran mi tiempo de estudiante.

del tiempo en la facultad, por lo que llegamos al fin de la carrera con ingenieros ya estructurados y poco dispuestos a estudiar cosas muy duras y aburridas.

Por eso, *la matemática entra mejor en las almas jóvenes*. Todos los alumnos tienen almas jóvenes cuando entran a la carrera de Ingeniería, pero sólo unos pocos las conservan cuando salen. La matemática necesaria para reemplazar a la resistencia de los materiales debe invadir la vida de los muchachos cuando todavía son dóciles. Puede hacerse porque la matemática, como ciencia formal, no requiere experiencia en la vida.

### **El pánico de la hoja en blanco, o la temida libertad del proyectista.**

Si nuestros alumnos estudian los métodos numéricos y las ecuaciones constitutivas mientras son jóvenes, escaparán al análisis sesudo y detallado de muchísimos casos simples, pero repetitivos. No tendrán una marcadísima preferencia por las losas rectangulares, porque para ellos, la única razón para hacer losas rectangulares será que la armadura es uniforme. Como esa no es razón suficiente, esforzarán sus mentes para librarse de las armaduras uniformes y convencionales. Y progresará la ingeniería. Es el pánico de la hoja en blanco que impulsa a sus mentes a volar.

### **¿Hay que apurarse a enseñar la resistencia de materiales?**

El hombre que más influyó en mi vida académica después de E. Núñez es E. Dvorkin, con el que tomé cinco cursos<sup>22</sup> y quien me enseñó todo lo que sé en mecánica computacional. Él tiene un procedimiento muy particular para evaluar a sus alumnos: toma ejercicios numéricos que tienen solución analítica a través de simples fórmulas de resistencia de materiales. Como yo tuve la fortuna de tomar sus cursos a la avanzada edad de 33 años, manejaba la resistencia de materiales con fluidez, y por lo tanto conocía los resultados de los ejercicios que Dvorkin me tomaba *antes* de comenzar a resolverlos.

Desde el punto de vista de la profundidad analítica y del nivel de abstracción, la resistencia de materiales es decididamente más simple que el análisis tensorial o la mecánica del continuo. Sin embargo, puesto que la primera requiere una *intuición educada* en física, también requiere que el alumno acumule más *años de reflexión* en ingeniería. Por lo tanto, la resistencia de materiales viene *después* de la matemática avanzada pero *antes* de los métodos numéricos<sup>23</sup>.

### **Las consecuencias de quedarnos en la orilla: ¿qué diría Heráclito?**

Si nos quedamos en la orilla de este río que está en sus nacientes, en treinta años veremos los barcos pasar. Llenos de consultores que harán los trabajos que nuestros alumnos podrían hacer. Llenos de profesionales jóvenes que nos mirarán de reojo y con fastidio, parados en la otra orilla. En el último bote, algún demonio les hará un lugar, porque siempre hacen falta ingenieros para jefes de obra, o en los departamentos de compras de las empresas constructoras<sup>24</sup>.

---

<sup>22</sup> Mecánica del continuo. Introducción al método de los elementos finitos. Mecánica computacional I, II<sup>a</sup> y II<sup>b</sup>. Él me enseñó que el examen es una de las mejores oportunidades que tiene un profesor para enseñar algo a un alumno.

<sup>23</sup> Frase que, escrita en los inicios del siglo XXI, sufrirá vejez prematura.

<sup>24</sup> Sé que esta frase es una irreverencia absoluta y una provocación. No quiero ni pensar en lo que ocurriría si nos quedamos en la orilla, porque siento que ya estamos empezando a remar. Incluso, este artículo es un tímido golpe de remo en el agua.

## **CONCLUSIONES**

### **Diferencias fundamentales entre la regla de cálculo, la tabla de logaritmos y la resistencia de materiales**

La regla de cálculo es un objeto decididamente obsoleto. Hoy no sirve para nada, y está condenada al olvido. Comparte ese destino fatal con la tabla de logaritmos.

En cambio, la resistencia de materiales tiene un valor en sí misma que no es tan efímero. Sirve como poderosísima herramienta de ingeniería en el presente, todavía con clara ventaja sobre los métodos numéricos, y servirá por cincuenta años, como mínimo, como herramienta didáctica, para la enseñanza de la física de los fenómenos mecánicos.

### **Nos están mirando. Podemos y debemos entusiasmarlos.**

Pienso en un muchacho de diecisiete años que quiere elegir carrera. De chiquito, jugaba con herramientas. A los doce años armó su primer autito eléctrico. A los quince, con su computadora, escribió un programita que hacía algo que después descubrió que ya se podía hacer en Windows. El candidato pinta para ingeniero, pero no sabe en qué rama. Piensa:

“¿Cuál es la rama de la ingeniería más cercana al neolítico?  
Esa no. Mejor sigo ingeniero en sistemas o en electrónica.”

Error, muchacho. En esta rama de la ingeniería vas a aprender una ciencia que te va a permitir hacer algo por tu país y por tu familia. Vas a hacer obras que durarán cien años, y quizás le pongan tu nombre a una autopista. Y vas a aprender lo mismo que un yanqui de tu edad, si es que tenés la fortuna de estudiar en la UNLP.

### **Fine.**

Estos párrafos reflejan mi experiencia en el campo de los métodos numéricos, experiencia que es intermedia entre la de usuario y la de desarrollador, tanto de métodos numéricos como de ecuaciones constitutivas. El núcleo del mensaje que quiero transmitir es: Si educamos a nuestros alumnos con bases sólidas, estarán preparados para trabajar los próximos cincuenta años. Si los educamos únicamente con ejemplos, deberán estudiar fuera de la universidad lo que necesitarán para trabajar en el futuro y que no se les ha enseñado. Y deberán estudiar estas arduas cuestiones en una etapa de sus vidas en las que sus actividades y ocupaciones conspirarán contra su concentración y voluntad. Esa es mi propia experiencia.

Cuando hayan terminado de leer esta parrafada irreverente, habrán escuchado al que, de todos los asistentes a este seminario, tiene menos que decir. Es bueno eso, porque, como diría el poeta catalán<sup>25</sup>: “de aquí en adelante sólo cabe ir mejorando”.

Alejo O. Sfriso

---

<sup>25</sup> Joan Manuel Serrat, en “Bienaventurados”.

## **ANEXO: LISTADO DE MATERIAS DE LA UNIVERSIDAD DE ILLINOIS, ESCUELA DE INGENIERÍA, DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL**

### **Undergraduate Courses in Engineering**

#### **Department of Civil and Environmental Engineering**

Department of Civil and Environmental Engineering, 1114 Newmark Civil Engineering Laboratory, 205 North Mathews Avenue, Urbana, IL 61801, (217) 333-8038, <http://cee.uiuc.edu>

The course listing contains all of the course descriptions for 100, 200, and 300 level courses taught through the Civil and Environmental Engineering department. The rubric CEE is implied. Each entry has a brief description, the prerequisites, and the number of hours of credit for the course. These entries should correspond exactly to the *Illinois Course Catalog*.

The normal semester(s) in which each Civil Engineering course is offered is given at the end of each description. However, depending upon the level of student interest and/or the availability of staff, it may be necessary to modify this schedule in any given semester. The courses are listed in numerical order below:

**195. Introduction to Civil Engineering.** A civil engineering orientation course including historical developments, educational requirements, relation to science, professional practice, and specialties within the profession. 0 hours.

**201. Engineering Surveying.** Introduction to surveying and photogrammetry. *Prerequisite:* CEE 293; credit or concurrent registration in CS 101. 4 hours.

**205. Route Surveying and Design.** Principles for the design and layout of routes; coverage includes horizontal and vertical alignment, route location, earthwork, computation, ground and photogrammetric survey methods, and special survey methods for highways, railroads, pipelines, tunnels and urban construction. *Prerequisite:* CEE 201 or consent of instructor. 3 hours.

**210. Behavior of Materials.** Same as TAM 224. Mechanical behavior of engineering materials, including metals, ceramics, polymers, concrete, wood, bitumens, and asphaltic concretes; explanations of macroscopic behavior in terms of phenomena at the microscopic level. Lecturelab format. *Prerequisite:* Completion of Composition I general education requirement; TAM 221. 4 hours.

**216. Construction Engineering.** Introduction to the construction processes: contracting and bonding, planning and scheduling, estimating and project control, productivity models, and construction econometrics. *Prerequisite:* CEE 292; credit or concurrent registration in CS 101 and CEE 293. 3 hours.

**220. Introduction to Transportation Engineering.** This course provides an introduction to the design, planning, operation, management, and maintenance of transportation systems. Principles for planning integrated multimodal transportation systems (highways, air, rail, etc.) are presented. Introduction is provided on the layout of highways, airports, and railroads with traffic flow models, capacity analysis, and safety. Functional design concepts are introduced for both the facilities and systems areas of study with life cycle costing procedures and criteria for optimization. *Prerequisite:* TAM 221, credit or concurrent registration in CEE 293. 3 hours.

**241. Environmental Quality Engineering.** Considers the sources, characteristics, transport, and effects of air and water contaminants; biological, chemical, and physical processes in water; atmospheric structure and composition; unit operations for air and water quality control; solid waste management; and environmental quality standards. *Prerequisite:* CHEM 102. 3 hours.

**255. Introduction to Hydrosystems Engineering.** Quantitative aspects of water in the earth's environment and its engineering implications, including design and analysis of systems directly concerned with use and control of water; presents a quantitative introduction to hydrology, hydraulic engineering, and water resources planning. *Prerequisite:* CEE 293 or a course in probability or statistics; credit or concurrent registration in TAM 235 and CEE 292, or equivalent. 3 hours.

**261. Introduction to Structural Engineering.** Basic topics in the analysis, behavior and design of trusses and framed structures under static loads; analysis topics include member forces in trusses, shear and moment diagrams, deflections, simple applications of the force method and slopedeflection; and an introduction to computer applications by means of a general purpose structural analysis program. *Prerequisite:* TAM 221. 3 hours.

**263. Behavior and Design of Metal Structures, I.** Introduction to the design of metal structures; behavior of members and their connections; and theoretical, experimental, and practical bases for proportioning members and their connections. *Prerequisite:* CEE 261. 3 hours.

**264. Reinforced Concrete Design, I.** Study of the strength, behavior, and design of reinforced concrete members subjected to moments, shear, and axial forces; extensive discussion of the influence of the material properties on behavior. *Prerequisite:* CEE 261. 3 hours.

**280. Introduction to Soil Mechanics and Foundation Engineering.** Classification of soils, compaction in the laboratory and in the field, soil exploration, boring and sampling, permeability of soils, onedimensional settlement analyses, strength of soil, introduction to foundations. *Prerequisite:* TAM 221. 3 hours.

**284. Geotechnical Engineering.** Introduction to applied problems in Geotechnical Engineering: analysis and design of foundations, bearing capacity and settlement of foundations; stability of excavations and slopes; ground movements due to construction; analysis and design of excavations, retaining walls, slopes and underground structures in soil and rock. *Prerequisite:* CEE 280. 3 hours.

**292. Planning, Design, and Management of Civil Engineering Systems.** Introduction to the formulation and solution of civil engineering problems. Major topics are: engineering economy, mathematical modeling, and optimization. Techniques, including classical optimization, linear and nonlinear programming, network theory, critical path methods, simulation, decision theory, and dynamic programming, are applied with the aid of personal computers to a variety of civil engineering problems. *Prerequisite:* MATH 130, and credit or concurrent registration in MATH 225. 3 hours.

**293. Engineering Modeling Under Uncertainty.** Identification and modeling of nondeterministic problems in civil engineering, and the treatment thereof relative to engineering design and decision making. Development of stochastic concepts and simulation models, and their relevance to real design and decision problems in various areas of civil engineering. *Prerequisite:* MATH 130; credit or concurrent registration in MATH 242 recommended. 3 hours.

**295. Professional Practice.** A series of lectures by outstanding authorities on the practice of civil engineering and its relations to economics, sociology, and other fields of human endeavor. Lectures are given approximately once a week. This course is offered only in the Fall term. *Prerequisite:* Junior standing. 0 hours.

**314. Properties and Behavior of Concrete.** Examines the influence of constituent materials (cements, aggregates and admixtures) on the properties of fresh and hardened concrete; mix design handling and placement of concrete; and behavior of concrete under various types of loading and environment; test methods. Laboratory practice is an integral part of the course. *Prerequisite:* CEE 210. 3 hours.

**315. Construction Productivity.** Introduction of the application of scientific principles to the measurement and forecasting of productivity in construction engineering. Conceptual and mathematical formulation of labor, equipment, and material factors affecting productivity. *Prerequisite:* CEE 216 or consent of instructor. 3 hours.

**316. Construction Planning and Control.** Project definition; scheduling and control models; material, labor and equipment allocation; optimal schedules; project organization; documentation and reporting systems; and management and control. *Prerequisite:* CEE 216 or consent of instructor. 3 hours.

**318. Construction Cost Analyses and Estimates.** Introduction to the application of scientific principles to costs and estimates of costs in construction engineering; concepts and statistical measurements of the factors involved in direct costs, general overhead costs, cost markups and profits; and the fundamentals of cost recording for construction cost accounts and cost controls. *Prerequisite:* CEE 216 or consent of instructor. 3 hours.

**320. Pavement Analysis and Design, I.** Analysis, behavior, performance, and structural design of pavements for highways and airfields; topics include climate factors, rehabilitation, life cycle design economics, and traffic loadings. *Prerequisite:* CEE 220 or equivalent. 3 hours.

**321. Bituminous Materials and Mix Design.** Properties and control testing of bituminous materials, aggregates for bituminous mixtures, and analysis and design of asphalt concrete and liquid asphalt cold mixtures; structural properties of bituminous mixes; surface treatment design; and recycling of mixtures.  
*Prerequisite:* CEE 220 or consent of instructor. 3 hours.

**322. Development of Highway Facilities.** Analysis of factors in developing a highway transportation facility; traffic estimates and assignment; problems of highway geometrics and design standards; planning and location principles; intersection design factors; street systems and terminal facilities; programming improvements; drainage design; structural design of surface; concepts of highway management and finance; and highway maintenance planning. *Prerequisite:* CEE 220 or consent of instructor. 4 hours.

**325. Highway Traffic Analysis and Design.** Study of fundamentals of traffic engineering; analysis of traffic stream characteristics; capacity of urban and rural highways; design and analysis of traffic signals and intersections; traffic control; traffic impact studies; and traffic accidents. *Prerequisite:* CEE 322 or consent of instructor. 3 hours.

**330. Urban Transportation Planning.** Same as Urban Planning 330. Role of transportation in urban development and planning; characteristics of urbanperson transportation systems and methods of analysis and forecasting of urbanperson transportation demand; transportation systems management and capital improvement programming; and emphasis on the needs and activities of metropolitan planning organizations. *Prerequisite:* CEE 220. 3 hours.

**334. Airport Facilities Design.** Basic principles of airport facilities design to include aircraft operational characteristics, noise, site selection, land use compatibility, operational area, ground access and egress, terminals, ground service areas, airport capacity, and special types of airports. *Prerequisite:* Senior standing in civil engineering, or consent of instructor. 3 hours.

**336. Hazardous Waste Management.** Analysis of the sources, characteristics, and environmental and health effects of hazardous wastes. Legislative and regulatory controls. Biological, chemical, and thermal destruction of hazardous materials. Land disposal of solid residues. Contaminated site cleanup.  
*Prerequisite:* CEE 342, and CEE 344 or equivalent. 3 hours.

**337. Managing Wastewaters in Aquatic Ecosystems.** Examines the characteristics of rivers and lakes which affect the management of domestic and industrial wastewaters; includes assessment of chemical hazards, and introduction to surveillance and biomonitoring, and a review of regulations governing effluents. *Prerequisite:* CEE 241 or consent of instructor. 2 hours.

**338. Biomonitoring: Design, Analysis, and Interpretation.** Discusses the theory and application of biomonitoring as a component of environmental management; reviews a range of techniques to analyze effluents and assess condition and trend in the environment, using biological and ecological systems; and emphasizes biomonitoring program design, selection and analysis of data, and interpretation of biomonitoring results. *Prerequisite:* CEE 337 or consent of instructor. 3 hours.

**339. Environmental Systems Analysis.** Introduction to the concepts and applications of environmental systems analysis. Application of mathematical programming and modeling to the design, planning, and management of engineered environmental systems, regional environmental systems, and environmental policy. Economic analysis, including benefitcost analysis and management strategies. Concepts of tradeoff, noninferior sets, single and multiobjective optimization. Practical application to case studies to convey an understanding of the complexity and data collection challenges of actual design practice.  
*Prerequisite:* CEE 292 or GE 288 or equivalent, and CEE 241 or equivalent. 3 hours.

- 340. Physical Principles of Environmental Engineering Processes.** Analysis of the physical principles which form the basis of many water and air quality control operations; sedimentation, filtration, inertial separations, flocculation, mixing and principles of reactor design. *Prerequisite:* CEE 342 or consent of instructor. 3 hours.
- 341. Regional Environmental Management Simulation.** Same as Agricultural Economics 319, Environmental Studies 341, Geography 341, and Urban and Regional Planning 375. Simulation of environmental, political, and economic problems facing a midwestern community. Students assume the responsibilities of planners, environmental quality managers, lawyers, business managers, land developers, and other roles and interact to resolve these problems. Course introduces practical procedures and decisions that public servants, lawyers, engineers, business persons, and citizens in general confront with regard to the environment. *Prerequisite:* Senior or graduate standing, or consent of instructor and credit in an introductory course in pollution control. 2 hours.
- 342. Water Quality Control Processes.** Fundamental theory underlying the unit processes utilized in the treatment of water for domestic and industrial usage, and in the treatment of domestic and industrial wastewaters. *Prerequisite:* CEE 241; credit or concurrent registration in TAM 235. 3 hours.
- 343. Chemical Principles of Environmental Engineering Processes.** Application of principles of chemical equilibrium and chemical kinetics to air and water quality. Chemistry topics are thermodynamics, kinetics, acid/base chemistry, complexation, precipitation, dissolution, and oxidation/reduction. Specific applications include batch reactors, alkalinity, acidity, buffers, the carbonate system, solubility, water stability, corrosion, and disinfectants. *Prerequisite:* CEE 342 or consent of instructor. 2 or 4 hours. Students taking the course for 4 hours enroll for the entire semester; students taking the course for 2 hours take only the first half of the semester.
- 344. Solid Waste Management.** Analysis of the sources, quantities, and characteristics of solid waste; effect of refuse on the environment; establishment and operation of collection and transportation systems; material recovery systems; energy recovery systems; ultimate disposal systems. A term project is required of all graduate students. *Prerequisite:* CEE 241 or consent of instructor. 3 hours.
- 345. Atmospheric Dispersion Modeling.** Application of the fundamentals of meteorology to air pollution problems including the transport and diffusion of particulate matter, aerosols and gases; precipitation processes and rainout; behavior of stack effluents; effects of pollutants in the atmosphere. *Prerequisite:* TAM 235 and ME 205, or equivalent, or consent of instructor. 3 hours.
- 346. Biological Principles of Environmental Engineering Processes.** Application of principles of biochemistry and microbiology to air and water quality, wastes, and their engineering management; biological mediated changes in water and in domestic and industrial wastewater. *Prerequisite:* CEE 343 or consent of instructor. 3 hours.
- 347. Stream Ecology.** Same as EEE 359. A description of physical, chemical, and biological characteristics in streams and rivers including an integrated study of the environmental factors affecting the composition and distribution of biota; emphasizes the application of ecological principles in aquatic ecosystem protection and management. *Prerequisite:* CEE 337 or EEE 212, or consent of instructor. 3 hours.
- 348. Atmospheric Chemistry.** Same as Environmental Studies 348. Examines the evolution of the atmosphere from its initial formation to its natural background condition to its current state perturbed by human activities; atmospheric chemistry of carbon, nitrogen, and sulfur; atmospheric aerosol and heterogeneous reactions; material transport; stratospheric ozone and its depletion; airborne radioactivity and atmospheric ion chemistry. *Prerequisite:* ME 205, CHEM 340, or ATMOS 301, or equivalent; or consent of instructor. 3 hours.
- 349. Air Resources Engineering.** Introduction to air pollution; includes the basis for air quality criteria, classification of sources, and the design of systems to control air pollution from stationary sources. *Prerequisite:* CEE 241; credit or concurrent registration in TAM 235. 3 hours.
- 350. Surface Water Hydrology.** A study of descriptive and quantitative hydrology dealing with the distribution, circulation, and storage of water on the earth's surface; discusses principles of hydrologic processes and presents methods of analysis and their applications to engineering and environmental problems. *Prerequisite:* CEE 255 or equivalent with consent of instructor. 3 hours.

**351. Hydromechanics.** Incompressible fluid mechanics with particular emphasis on topics in analysis and applications in civil engineering areas; primary topics include principles of continuity, momentum and energy, kinematics of flow and stream functions, potential flow, laminar motion, turbulence, and boundary layer theory. *Prerequisite:* TAM 235 or consent of instructor. 3 hours.

**353. Analysis and Design of Hydraulic Systems.** Hydraulic analysis and design of engineering systems: closed conduits and pipe networks, hydraulic structures, including spillways, stilling basins and embankment seepage; selection and installation of hydraulic machinery. *Prerequisite:* TAM 235 or consent of instructor. 3 hours.

**356. Hydraulics of Surface Drainage.** Hydraulic analysis and design of urban, highway, airport, and small rural watershed drainage problems; discussion of overload and drainage channel flows; hydraulics of storm drain systems and culverts; determination of design flow; runoff for highways, airports, and urban areas; design of drainage gutters, channels, sewer networks, and culverts. *Prerequisite:* CEE 255 or consent of instructor. 3 hours.

**357. Groundwater.** Physical properties of groundwater and aquifers, principles and fundamental equations of porous media flow and mass transport, well hydraulics and pumping test analysis, role of groundwater in the hydrologic cycle, groundwater quality and contamination. *Prerequisite:* CEE 255 and TAM 235, or consent of instructor. 3 hours.

**361. Methods of Structural Analysis.** Direct stiffness method of structural analysis; fundamentals and algorithms; numerical analysis of plane trusses, grids and frames; virtual work and energy principles; introduction to the finite element method for plane stress and plane strain. *Prerequisite:* CEE 261. 4 hours.

**363. Behavior and Design of Metal Structures, II.** Metal members under combined loads; connections, welded and bolted; moment resistant connections; plate girders, conventional behavior, and tension field action. *Prerequisite:* CEE 263. 3 hours.

**364. Reinforced Concrete Design, II.** Study of the strength, behavior, and design of indeterminate reinforced concrete structures, with primary emphasis on slab systems; emphasis on the strength of slabs and on the available methods of design of slabs spanning in two directions, with or without supporting beams. *Prerequisite:* CEE 264. 3 hours.

**365. Design of Structural Systems.** The whole structural design process including definition of functional requirements, selection of structural scheme, formulation of design criteria, preliminary and computer aided proportioning, and analysis of response, cost, and value. *Prerequisite:* Credit in either CEE 263 or 264 with concurrent registration in the other. 3 hours.

**367. Masonry Structures.** An introduction to analysis, design and construction of masonry structures. Mechanical properties of clay and concrete masonry units, mortar, and grout. Compressive, tensile, flexural, and shear behavior of masonry structural components. Strength and behavior of unreinforced bearing walls. Detailed design of reinforced masonry beams, columns, structural walls with and without openings, and complete lateral force resisting building systems. *Prerequisite:* CEE 264 or first course in reinforced concrete design. 3 hours.

**368. Prestressed Concrete.** Study of strength, behavior, and design of prestressed reinforced concrete members and structures, with primary emphasis on pretensioned, precast construction; emphasis on the necessary coordination between design and construction techniques in prestressing. *Prerequisite:* CEE 264. 3 hours.

**369. Behavior and Design of Wood Structures.** Mechanical properties of wood, stress grades and working stresses; effects of strength reducing characteristics, moisture content, and duration of loading and causes of wood deterioration; glued laminated timber and plywood; behavior and design of connections, beams, and beam columns; design of buildings and bridges; other structural applications: trusses, rigid frames, arches, and pole type buildings; and prismatic plates and hyperbolic paraboloids. *Prerequisite:* CEE 263 or 264. 3 hours.

**374. Introduction to Structural Dynamics.** Analysis of the dynamic response of structures and structural components to transient loads and foundation excitation; single degree of freedom and multi degree of freedom systems; response spectrum concepts; simple inelastic structural systems; and introduction to systems with distributed mass and flexibility. *Prerequisite:* TAM 212; MATH 285; CEE 261, or equivalent. 3 hours. Credit is not given for both CEE 374 and TAM 311.

**375. Welding and Joining Processes.** Same as MATSE 344. The physical principles of fusion welding; heat flow; thermal cycles; physical metallurgy and mechanical properties of welded joints; applications of welding to large structures; testing of welds; nondestructive testing; design, economics, and weld specifications; and laboratory experiments in welding. *Prerequisite:* CEE 210 or equivalent. 3 hours.

**378. Introduction to the Design of Ocean Structures.** Introduction to design and construction of civil engineering structures in the ocean and to associated engineering operations; principal topics include water wave mechanics, engineering oceanography, wave and current forces, and design considerations for fixed and floating structures. *Prerequisite:* TAM 235; CEE 261; CEE 293. 3 hours.

**379. Applied Structural Mechanics.** Study of beams under lateral load; beams with combined lateral load and thrust; beams on elastic foundations; applications of Fourier series and virtual work principles to beamtype structures; stress and strain in three dimensions; applications to flexure of beams and plates; elements of the engineering theory of plates; and torsion of thinwalled open sections. *Prerequisite:* MATH 285. 3 hours.

**383. Soil Mechanics and Soil Behavior.** Composition and structure of soil; water flow and hydraulic properties; stress in soil; compressibility behavior and properties of soils; consolidation and settlement analysis; shear strength of soils; compaction and unsaturated soils; experimental measurements. *Prerequisite:* CEE 280 or equivalent, or consent of instructor. 4 hours.

**384. Applied Soil Mechanics.** Application of soil mechanics to earth pressures and retaining walls, stability of slopes, foundations for structures, excavations; construction considerations; instrumentation. *Prerequisite:* CEE 383 or equivalent. 4 hours.

**391. Computer Methods in Civil Engineering.** Review of programming concepts; formulation and programming of numerical, data processing, and logical problems with applications from various branches of civil engineering; organization of programs and data; and development and use of problemoriented programming languages in civil engineering. *Prerequisite:* CS 101 or equivalent; senior or graduate standing in civil engineering; or consent of instructor. 3 hours.

**393. Engineering Decision and Risk Analysis.** Development of modern statistical decision theory and risk analysis, and application of these concepts in civil engineering design and decision making; Bayesian statistical decision theory, decision tree, utility concepts, and multiobjective decision problems; modeling and analysis of uncertainties, practical risk evaluation, and formulation of riskbased design criteria, risk benefit tradeoffs, and optimal decisions. *Prerequisite:* CEE 293 or equivalent, or consent of instructor. 3 hours.

**397. Independent Study in Civil Engineering.** Individual investigations or studies of any phase of civil engineering selected by the student and approved by the department. *Prerequisite:* Senior or graduate standing. 1 to 4 hours.

**398. Civil Engineering Special Topics.** Structured presentations of new and developing areas of knowledge in civil engineering offered by the faculty to augment the formal courses available. *Prerequisite:* Individually identified for each offering under this course number; see Timetable. 1 to 4 hours.

## **Graduate Courses in Engineering**

### **Department of Civil and Environmental Engineering**

- CEE 410. Advanced Topics in Construction Materials
- CEE 416. Systems Analysis, I: Systems Methodology and Network Techniques
- CEE 420. Pavement Analysis and Design, II
- CEE 421. Pavement Evaluation, Maintenance, and Rehabilitation
- CEE 424. Transportation Soils Engineering
- CEE 425. Traffic Flow Theory and Control
- CEE 439. Risk and Uncertainty in Environmental and Water Resources Decision Making
- CEE 440. Processes for Water Quality Control, I
- CEE 441. Surface Water Quality Modeling
- CEE 442. Processes for Water Quality Control, II
- CEE 444. Decision Making with Multiattribute Utility Analysis
- CEE 445. Remediation Design
- CEE 448. Control of Air Pollution from Stationary Sources
- CEE 449. Techniques and Instrumentation in Air Sampling
  
- CEE 450. Advanced Hydrologic Modeling
  
- CEE 451. Open-Channel Hydraulics
- CEE 455. Transport Processes in Water
  
- CEE 457. Modeling of Groundwater Flow and Solute Transport
  
- CEE 459. Sediment Transport
- CEE 465. Behavior of Structural Metal Frameworks
- CEE 466. Behavior of Reinforced Concrete Members
- CEE 467. Behavior of Reinforced Concrete Structures
- CEE 473. Theory of Plates
- CEE 475. Steel Structures: Fatigue and Fracture
- CEE 477. Probabilistic Bases for Structural Loads and Design
  
- CEE 478. Finite Element Methods in Solid and Structural Mechanics
  
- CEE 479. Earthquake Engineering
- CEE 480. Earth Pressures and Retaining Structures
- CEE 481. Earth Dams and Related Problems
  
- CEE 482. Advanced Analysis of Consolidation of Clays
  
- CEE 483. Advanced Analysis of Shear Strength of Soils
  
- CEE 484. Foundation Engineering
- CEE 485. Behavior and Design of Deep Foundations
  
- CEE 486. Rock Mechanics, I
  
- CEE 487. Rock Mechanics, II
  
- CEE 488. Geotechnical Earthquake Engineering and Ground Dynamics
- CEE 495. Civil and Environmental Engineering Seminar
- CEE 497. Independent Study in Civil Engineering
- CEE 498. Civil Engineering Special Topics
- CEE 499. Thesis Research